

(19) 日本国特許庁 (J P)

(12) 公開特許公報 (A)

(11) 特許出願公開番号

特開平9-179992

(43) 公開日 平成9年(1997)7月11日

(51) Int. Cl. <sup>8</sup>	識別記号	庁内整理番号	F I	技術表示箇所
G 0 6 T 11/20		9365-5H	G 0 6 F 15/72	3 5 5 P
G 0 6 F 17/50			15/60	6 2 0 A
// G 0 5 B 19/4103			G 0 5 B 19/415	A

審査請求 有 請求項の数22 F D (全 15 頁)

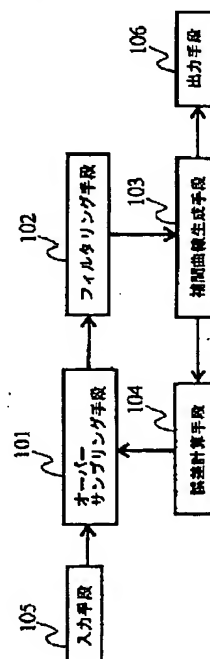
(21) 出願番号	特願平7-350140	(71) 出願人	000004237 日本電気株式会社 東京都港区芝五丁目7番1号
(22) 出願日	平成7年(1995)12月23日	(72) 発明者	橋本 守 東京都港区芝五丁目7番1号 日本電気株式会社内
		(74) 代理人	弁理士 加藤 朝道

(54) 【発明の名称】 スプライン曲線及びスプライン曲面の生成方法及び生成装置

(57) 【要約】

【課題】 入力された数値データの誤差に、形状が影響されにくいスプライン曲線及び曲面の生成方法及び装置の提供。

【解決手段】 入力手段105を介して入力された数値データがまたは誤差計算手段104で計算された誤差をオーバーサンプリング手段101がオーバーサンプリングし、フィルタリング手段102がフィルタリングを行ない、補間曲線生成手段103が生成されたデータを補間するスプライン曲線を生成し、誤差計算手段104は生成された曲線の数値データに対する誤差を計算し、この誤差が規定値を上回っている場合にはオーバーサンプリング手段101にこの誤差を入力し、規定値以下であれば出力手段106が生成されたスプライン曲線群から単一のスプライン曲線を出力する。



## 【特許請求の範囲】

【請求項1】入力された数値データからスプライン曲線を生成する方法であって、

数値データを補間するためのスプライン曲線を生成する際に、前記入力された数値データの近似曲線を生成する工程を繰り返すことにより、前記入力された数値データと前記近似曲線との誤差が0に近づくように制御すると共に、

前記近似曲線を生成する際に、前記入力された数値データまたは前記入力された数値データと前記近似曲線との前記誤差をオーバーサンプリングし、該オーバーサンプリングされた値をフィルタリング処理して新たなデータを生成し、該新たなデータを補間するスプライン曲線を求める、

ことを特徴とするスプライン曲線の生成方法。

【請求項2】前記入力された数値データが、1次元空間内の点に対するスカラー値として表わされたものからなることを特徴とする請求項1記載のスプライン曲線の生成方法。

【請求項3】前記入力された数値データが、1次元空間内の点に対するベクトル値として表わされたものからなることを特徴とする請求項1記載のスプライン曲線の生成方法。

【請求項4】前記入力された数値データの相隣る2つの点を所定の1次関数で補間して前記オーバーサンプリングを行うことを特徴とする請求項1から3のいずれかに記載のスプライン曲線の生成方法。

【請求項5】ノットにおけるB-スプライン関数の値を前記フィルタリング処理に用いることを特徴とする請求項1から3のいずれかに記載のスプライン曲線の生成方法。

【請求項6】入力された数値データからスプライン曲面を生成する方法であって、数値データを補間するためのスプライン曲面を生成する際に、前記入力された数値データの近似曲面を生成する工程を繰り返すことにより、前記入力された数値データと前記近似曲面との誤差が0に近づくように制御すると共に、

前記近似曲面を生成する際に、前記入力された数値データまたは前記入力された数値データと前記近似曲面との前記誤差をオーバーサンプリングし、該オーバーサンプリングされた値をフィルタリング処理して新たなデータを生成し、該新たなデータを補間するスプライン曲面を求める、

ことを特徴とするスプライン曲面の生成方法。

【請求項7】前記入力された数値データが、2次元空間内の点に対するスカラー値として表わされたものからなることを特徴とする請求項6記載のスプライン曲面の生成方法。

【請求項8】前記入力された数値データが、2次元空間

内の点に対するベクトル値として表わされたものからなることを特徴とする請求項6記載のスプライン曲面の生成方法。

【請求項9】前記入力された数値データの相隣る3点を所定の1次関数で補間して前記オーバーサンプリングを行なうことを特徴とする請求項6から8のいずれかに記載のスプライン曲面の生成方法。

【請求項10】ノットにおけるB-スプライン関数の値をフィルタリング処理に用いることを特徴とする請求項6から8のいずれかに記載のスプライン曲面の生成方法。

【請求項11】入力手段を介して入力された入力データをオーバーサンプリングして新たなデータを生成出力するオーバーサンプリング手段と、

前記オーバーサンプリング手段から出力されたデータを入力し該データに対して所定のフィルタリング処理を行うフィルタリング手段と、

前記フィルタリング手段から出力されたデータを補間するためのスプライン曲線を生成する補間曲線生成手段と、

前記補間曲線生成手段で生成されたスプライン曲線の前記入力データに対する誤差を計算する誤差計算手段と、前記補間曲線生成手段で生成されたスプライン曲線群を単一のスプライン曲線に変換して出力する出力手段と、を備えたことを特徴とするスプライン曲線の生成装置。

【請求項12】前記入力手段を介して入力される前記入力データが、1次元空間内の点に対するスカラー値からなることを特徴とする請求項11記載のスプライン曲線の生成装置。

【請求項13】前記入力手段を介して入力される前記入力データが、1次元空間内の点に対するベクトル値からなることを特徴とする請求項11記載のスプライン曲線の生成装置。

【請求項14】前記オーバーサンプリング手段が、前記入力データの相隣る2つの点を所定の1次関数で補間してオーバーサンプリングを行なうことを特徴とする請求項11から13のいずれかに記載のスプライン曲線の生成装置。

【請求項15】前記フィルタリング手段が、ノットにおけるB-スプライン関数の値をフィルタ係数としてフィルタ処理することを特徴とする請求項11から13のいずれかに記載のスプライン曲線の生成装置。

【請求項16】入力手段を介して入力された入力データをオーバーサンプリングして新たなデータを生成出力するオーバーサンプリング手段と、

前記オーバーサンプリング手段から出力されたデータを入力し該データに対して所定のフィルタリング処理を行うフィルタリング手段と、

前記フィルタリング手段から出力されたデータを補間するためのスプライン曲面を生成する補間曲面生成手段

と、  
前記補間曲面生成手段で生成されたスプライン曲線の前記入力データに対する誤差を計算する誤差計算手段と、前記補間曲面生成手段で生成されたスプライン曲面群を単一のスプライン曲面に変換して出力する出力手段と、を備えたことを特徴とするスプライン曲面の生成装置。

【請求項17】前記入力手段を介して入力された前記入力データが、2次元空間内の点に対するスカラー値からなることを特徴とする請求項16記載のスプライン曲面の生成装置。

【請求項18】前記入力手段を介して入力される前記入力データが、2次元空間内の点に対するベクトル値からなることを特徴とする請求項16記載のスプライン曲面の生成装置。

【請求項19】前記オーバーサンプリング手段が、前記入力手段を介して入力される前記入力データの互いに相隣る3点を所定の1次関数で補間してオーバーサンプリングを行なうことを特徴とする請求項16から18のいずれか一に記載のスプライン曲面の生成装置。

【請求項20】前記フィルタリング手段が、ノットにおけるB-スプライン関数の値をフィル係数としてフィルタ処理することを特徴とする請求項16から18のいずれか一に記載のスプライン曲面の生成装置。

【請求項21】前記入力手段が、アナログ信号をサンプリングして得られるデジタル信号からなる数値データを前記入力データとして入力することを特徴とする請求項11から13のいずれか一に記載のスプライン曲線の生成装置。

【請求項22】前記入力手段が、アナログ信号をサンプリングして得られるデジタル信号からなる数値データを前記入力データとして入力することを特徴とする請求項16から18のいずれか一に記載のスプライン曲面の生成装置。

【発明の詳細な説明】

【0001】

【発明の属する技術分野】本発明は、コンピュータグラフィックスまたはCAD（計算機支援型設計）において用いられるスプライン曲線及び曲面の生成方式に関し、特に計測によって得られた数値データからのスプライン曲線及び曲面の生成方法及び生成装置に関する。

【0002】

【従来の技術】アナログ信号を計測しこれをデジタル信号等に変換して得られる数値データをスプライン曲線または曲面に変換する従来の技術を、図13から図21を参照して説明する。

【0003】まず、概要を図13から図16までを参照して説明する。

【0004】気温・気圧などの観測値や、アナログ信号をサンプリングしたデジタル信号等の数値データ1301に対して、値が与えられていない位置（サンプリング

されない点）における値1302を推定したり、値全体の分布を見るためにグラフ化するために、数値データを補間する関数を求める必要がしばしばおこる。

【0005】また、物体の2次元又は3次元像を測定器を用いて計測し、得られた点列を曲線又は曲面に変換して、製品モデルの設計に用いる要求もある。

【0006】最も簡単にこの要求を満たす補間方法としては、図14に示すように、相隣る2つのサンプリングデータ（数値データ）を直線で結ぶやり方がある。しかし、この方法では、得られる関数1401の形状が滑らかにならない。図14は、図13の数値データ1301を直線で接続した結果1401を示している。

【0007】入力された数値データは多くの場合、滑らかな信号（例えば連続するアナログ信号）からサンプリングされたものと考えられるので、直線補間により生成された関数（図14の1401）は元の関数（元信号を表す関数）とかなり違ったものになってしまう。

【0008】これに対して多項式を用いて補間する方法は、サンプリングデータを滑らかに接続するための一つの方法である。図15は、図13の数値データ1301を多項式で接続した曲線を示している。しかし、この方法では、データの数が増えるに従って多項式の次数が高くなり、生成される多項式1501は振動が激しいため、実用に適さないことが多い。

【0009】そこで、区間ごとに異なる多項式を接続した区分的多項式であるスプライン関数がよく用いられる。

【0010】スプライン関数の多項式の接続部分では、用いる多項式の次数に応じた連続性をもつ。例えば、3次の多項式を用いる場合、接続部分では2階までの導関数が連続性をもつ。このため、一つの多項式で補間した場合に比べると、連続性に関する条件が緩いため、滑らかでかつ振動の少ない関数1601が得られる。

【0011】スプライン関数を用いた補間を行なうには、各区間の多項式を決めればよいが、多項式の係数を直接求めるのは計算誤差の点で好ましくない。

【0012】そこで、通常は、スプライン関数をB-スプライン関数の線形結合として表現し、その係数に関する連立方程式を解く。

【0013】B-スプライン関数は局所的な台を持つので、連立方程式の係数行列で0でない要素が現われるのは対角線の近くに限られ、解が安定かつ高速に求められる。

【0014】次に、具体的な計算方法を図17から図21を参照して説明する。

【0015】 $n$ を正の整数として、入力された数値データを $(x_i, y_i)$ 、 $x_i < x_{i+1}$ 、 $i = 0, \dots, n$ とおく（図17参照）。スプライン関数の多項式の接続部を「ノット」または「節点」と呼ぶが、以下では、各 $x_i$ をノットとしてもち、入力された数値データを補間する

スプライン関数を求める方法を説明する。また、説明の都合上、3次スプライン関数についてのみ説明する。

【0016】まず、ノットを左右に拡張する。すなわち、 $x_{-3}=x_{-2}=x_{-1}=x_0$ 、 $x_{n+3}=x_{n+2}=x_{n+1}=x_n$ とおく。このとき、ノットベクトル  $(x_{-3}, x_{-2}, x_{-1}, x_0, \dots, x_n, x_{n+1}, x_{n+2}, x_{n+3})$  に対して、 $(m-1)$  次のB-スプライン関数  $B_{m-1,j}(x)$  は次式(1)、(2)で定義される。

$$B_{1,j}(x) = 1 \quad (x_j \leq x < x_{j+1}), \quad 0 \quad (\text{その他}) \quad \dots(1)$$

$$B_{m,j}(x) = \frac{x - x_j}{x_{j+m-1} - x_j} B_{m-1,j}(x) + \frac{x_{j+m} - x}{x_{j+m} - x_{j+1}} B_{m-1,j+1}(x), \quad (m \geq 2) \quad \dots(2)$$

【0018】ただし、分母に0が現われるときは、その項を0とおく。

【0019】ここでは、3次のスプライン関数1801(図18参照)のみを扱うので、B-スプライン関数  $B_{m-1,j}(x)$  を「 $B_j(x)$ 」と略記する。

$$F(x) = \sum_{i=-3}^{n-1} p_i B_i(x) \quad \dots(3)$$

【0022】上式(3)の係数  $p_i$  を求めることにより、求めるスプライン関数が定まる。

【0023】そこで、係数  $p_i$  についての連立方程式を立てる。まず、各ノットにおいて、入力データの値とス

$$F(x_j) = \sum_{i=-3}^{n-1} p_i B_i(x_j) = y_j, \quad j = 0, \dots, n \quad \dots(4)$$

【0025】未知数  $p_i$  の数は  $n+3$  であるのに対し、入力データの個数は  $n+1$  であるから、上式(4)だけでは条件が2個不足する。そこで、両端における2階の導関数が0であるという端点条件である次式(5)、

$$\left. \frac{d^2 F}{dx^2} \right|_{x=x_0} = \sum_{i=-3}^{n-1} p_i \left. \frac{d^2 B_i}{dx^2} \right|_{x=x_0} = 0 \quad \dots(5)$$

$$\left. \frac{d^2 F}{dx^2} \right|_{x=x_n} = \sum_{i=-3}^{n-1} p_i \left. \frac{d^2 B_i}{dx^2} \right|_{x=x_n} = 0 \quad \dots(6)$$

【0027】上式(4)、(5)、(6)を連立方程式として解けば  $p_i$  が求まる。

【0028】2次元以上の場合についても、1次元に帰着して解くことができる。より高次元についても同様であるため、2次元の場合について説明する。

【0029】入力されたデータは格子状に並んでいるものとする。すなわち、 $x_i, i = 0, \dots, m$  と  $y_j, j = 0, \dots, n$  に対して、 $(x_i, y_j)$  に値  $z_{ij}$  が与えられ

$$F(x, y) = \sum_{i=-3}^{m-1} \sum_{j=-3}^{n-1} p_{ij} B_i(x) C_j(y) \quad \dots(7)$$

【0032】ただし、 $C_j(y)$  は  $y_j$  に対応するB-ス

プライン関数  $B_{m-1,j}(x)$  は次式(1)、(2)で定義される。

【0017】

【数1】

【0020】すると、スプライン関数  $F(x)$  は、B-スプライン関数  $B_i(x)$  の線形結合として次式(3)のように表現される。

【0021】

【数2】

20★ブライン関数の値が等しいとおく(次式(4)参照)。

【0024】

【数3】

☆(6)を加える。

【0026】

【数4】

◆ているものとする(図19参照)。

40 【0030】ノットの拡張を、 $x$  方向、 $y$  方向それぞれについて1次元の場合と同様に行ない、3次のスプライン関数をB-スプライン関数を用いて表現すると、次式(7)で与えられる。

【0031】

【数5】

50 ブライン関数である。

7

【0033】このとき、まず各  $i$  に対して1次元の場合の補間を行なう。すなわち、変数  $y$  の関数  $F_i(y)$  を、入力データ  $z_{i1}$  に対して、上記の1次元の場合のよ\*

$$F_i(y) = \sum_{j=3}^{n-1} q_{ij} C_j(y)$$

【0035】上式(8)の解  $q_{ij}$  に対して、今度は各  $j$  について1次元の補間を行なう。すなわち、変数  $x$  の関数  $F_j(x)$  を、 $q_{ij}$  に対して、1次元の場合の方法で ※

$$F_j(x) = \sum_{i=3}^{n-1} p_{ij} B_i(x)$$

【0037】上式(9)で得られる  $p_{ij}$  が、求める2次元スプライン関数のB-スプライン関数表現の係数となる。

【0038】

【発明が解決しようとする課題】上記した従来のスプライン関数による補間法の問題点を図22と図23を参照して以下に説明する。

【0039】上記した従来のスプライン(B-スプライン)関数による補間方法では、多項式による補間と比較して、生成される関数の振動が抑えられる。

【0040】しかし、それでも入力データのわずかな変動に対して大きく変化してしまう場合がある。

【0041】この現象を、データの位置が不均等の場合について説明する。例えば、図22に示すように、入力データの値が全て同じ値であれば、補間の結果は当然直線状の関数2201になる。

【0042】ところが、データの関数が短い区間に変動が含まれる場合、生成されるスプライン関数2301

(図23参照)ではその誤差が増幅され、データの間隔が開いている区間において関数2201(図22参照)と関数2301の値を比較すると、大きな違い(誤差)が出てしまう。

【0043】また、スプライン関数のノットの位置が、入力された数値データによって決まってしまう、等間隔のノットが望ましいときにも等間隔にできないことになる。

【0044】また、2次元データが格子状に分布していないと、スプライン関数を一意に決めることができない。

【0045】従って、本発明は、上記した従来技術の問題点に鑑みて為されたものであって、入力データの変動がわずかである場合には、生成する関数の変動もわずかな量に抑えることができると共に、スプライン関数のノットを入力された数値データに依存せずに自由に選べることを可能とする、スプライン曲線または曲面の生成方法及び装置を提供することを目的とする。

【0046】

【課題を解決するための手段】前記目的を達成するた

8

\*うにして求める(図20参照)。

【0034】

【数6】

…(8)

※求める(図21参照)。

【0036】

【数7】

…(9)

め、本発明は、アナログ信号を計測して得られた数値データからスプライン曲線を生成する方法であって、数値データを補間するスプライン曲線の生成を、入力された数値データの近似曲線を生成するステップを繰り返して数値データからの誤差を0に近づけていくことで行ない、近似曲線を生成するステップでは、前記数値データまたは前記誤差をオーバーサンプリングし、さらにフィルタリングして新たなデータを生成し、この生成されたデータを補間するスプライン曲線を求める。

【0047】前記数値データとして、1次元空間内の点に対するスカラー値として表わされたものをとることができる。

【0048】または、前記数値データとして、1次元空間内の点に対するベクトル値として表わされたものをとることもできる。

【0049】本発明のスプライン曲線の生成方法においては、隣接する2点を1次関数で補間することでオーバーサンプリングを行なうことができる。

【0050】さらに、本発明のスプライン曲線の生成方法においては、ノットにおけるB-スプライン関数の値をフィルタリングに用いることができる。

【0051】本発明のスプライン曲面の生成方法は、アナログ信号を計測して得られた数値データからスプライン曲面を生成する方法であって、数値データを補間するスプライン曲面の生成を、入力された数値データに対して近似曲面を生成するステップを繰り返して数値データからの誤差を0に近づけていくことで行ない、近似曲面を生成するステップでは、前記数値データまたは前記誤差をオーバーサンプリングし、さらにフィルタリングして新たなデータを生成し、生成されたデータを補間するスプライン曲面を求める。

【0052】前記数値データとして、2次元空間内の点に対するスカラー値として表わされたものをとることができる。

【0053】または、前記数値データとして、2次元空間内の点に対するベクトル値として表わされたものをとることもできる。

【0054】本発明のスプライン曲面の生成方法におい

ては、隣接する3点に対する値を1次関数で補間することでオーバーサンプリングを行なうことができる。

【0055】さらに、本発明のスプライン曲面の生成方法においては、ノットにおけるB-スプライン関数の値をフィルタリングに用いることができる。

【0056】本発明のスプライン曲線の生成装置は、アナログ信号を計測した数値データを入力する入力手段と、前記入力手段で入力された数値データをオーバーサンプリングして新たなデータを生成するオーバーサンプリング手段と、前記オーバーサンプリング手段で生成されたデータをフィルタリングするフィルタリング手段と、前記フィルタリング手段でフィルタリングされたデータを補間するスプライン曲線を生成する補間曲線生成手段と、前記補間曲線生成手段で生成されたスプライン曲線の前記数値データに対する誤差を計算する誤差計算手段と、前記補間曲線生成手段で生成されたスプライン曲線群を単一のスプライン曲線に変換して出力する出力手段とからなる。

【0057】前記入力手段は、数値データとして1次元空間内の点に対するスカラー値を入力することができる。

【0058】または、前記入力手段は、数値データとして1次元空間内の点に対するベクトル値を入力することもできる。

【0059】本発明のスプライン曲線の生成装置においては、前記オーバーサンプリング手段が隣接する2点に対する値を1次関数で補間することでオーバーサンプリングを行なうことができる。

【0060】さらに、本発明のスプライン曲線の生成装置においては、前記フィルタリング手段がノットにおけるB-スプライン関数の値をフィルタリングに用いることができる。

【0061】本発明のスプライン曲面の生成装置は、アナログ信号を計測した数値データを入力する入力手段と、前記入力手段で入力された数値データをオーバーサンプリングして新たなデータを生成するオーバーサンプリング手段と、前記オーバーサンプリング手段で生成されたデータをフィルタリングするフィルタリング手段と、前記フィルタリング手段でフィルタリングされたデータを補間するスプライン曲面を生成する補間曲面生成手段と、前記補間曲面生成手段で生成されたスプライン曲面の前記数値データに対する誤差を計算する誤差計算手段と、前記補間曲面生成手段で生成されたスプライン曲面群を単一のスプライン曲面に変換して出力する出力手段とからなる。

【0062】前記入力手段は、数値データとして2次元空間内の点に対するスカラー値を入力することができる。

【0063】または、前記入力手段は、数値データとして2次元空間内の点に対するベクトル値を入力すること

もできる。

【0064】本発明のスプライン曲面の生成装置においては、前記オーバーサンプリング手段が隣接する3点に対する値を1次関数で補間することでオーバーサンプリングを行なうことができる。

【0065】さらに、本発明のスプライン曲面の生成装置においては、前記フィルタリング手段がノットにおけるB-スプライン関数の値をフィルタリングに用いることができる。

【0066】

【作用】本発明の原理及び作用を図7から図12を参照して以下に詳細に説明する。

【0067】まず、入力されたデータ(図7参照)からオーバーサンプリングしたデータを生成する(図8参照)。一般に、オーバーサンプリングとは、入力したデータ(サンプリングデータ)の標本化点(サンプリングポイント)の間隔を細分して、細分された点におけるデータを作り出すことであるが、ここでは入力したデータのサンプリング間隔が均等の場合のみならず、サンプリング間隔が不均等な配置であった場合に均等な配置におけるデータを作り出すことも含めてオーバーサンプリングと呼ぶものとする。

【0068】オーバーサンプリングには様々な方法があるが、ここではデータ間を1次関数で補間した後、求めたい位置におけるデータの値を計算するやり方を例として説明する。

【0069】オーバーサンプリングによって生成されたデータを、フィルタリングする。フィルタリング処理は、例えば、元のデータから、周囲のデータに関する重み付き平均を求めて新しいデータを得るものである。フィルタリング処理により生成されたデータは、元のデータよりも起伏の緩やかなものとなる(図9参照)。

【0070】フィルタリングしたデータから、補間に用いるスプライン関数のノットに対応する点における値を選ぶ(図10参照)。そして、上記従来の技術として説明した方法等を用いて、スプライン関数を生成する(図11参照)。

【0071】補間に用いたデータは、オーバーサンプリングとフィルタリングの処理を経由したことによってその起伏は緩やかなものとされており、生成されるスプライン関数にも大きな変動は現われない。

【0072】しかし、スプライン関数を生成した際に用いられるデータは、入力データをオーバーサンプリング及びフィルタリング処理して得られたデータであって、入力データそのものではないので、元の入力データ(サンプリングデータ)と、その位置(サンプリングポイント)におけるスプライン関数の値には差(誤差)がある(図12参照)。

【0073】この差に対して、再びオーバーサンプリングとフィルタリングを行なう。

【0074】このとき、処理結果がノットにおいて値として現われるならば、誤差に対する補間を行ない、スプライン関数の精度を向上させる。一方、ノットにおいて値として現われないときには、ノットの間隔を縮小し、スプライン関数の生成を行なう。

【0075】本発明は、このようにして、補間により得られたデータと元の入力データ（サンプリングデータ）との誤差を段階的に縮減していくことにより、最終的には入力データに対する所望の補間を達成するものである。

【0076】

【発明の実施の形態】本発明の実施の形態を図面を参照して以下に詳細に説明する。

【0077】

【実施形態1】図1を参照して、本発明の第1の実施形態を説明する。図1に示すように、本実施形態は、1次元空間内の点に対するスカラー値を入力する入力手段105と、入力手段105を介して入力された数値データをオーバーサンプリングするオーバーサンプリング手段101と、オーバーサンプリング手段101から出力されたデータをフィルタリング処理するフィルタリング手段102と、フィルタリング手段102から出力された新たなデータに対する補間としてスプライン関数を生成する補間曲線生成手段103と、補間曲線生成手段103により生成されたスプライン曲線の入力された\*

$$a_k = x_j + (x_{j+1} - x_j) \times \frac{t - t_j}{t_{j+1} - t_j} \quad \dots(10)$$

【0081】説明の都合上、 $0 \leq t_0$ 、 $t_n \leq n_d$  ( $n_d$  は正の整数) とおく。また、 $t < t_0$  である  $t = kd$  に対しては  $a_k = x_0$ 、 $t \geq t_n$  である  $t = kd$  に対しては  $a_k = x_n$  とする。

【0082】フィルタリング手段102は、オーバーサンプリング手段101で求めた各ノット  $kd$  に対する値の列  $\{a_k\}$  に対して、好ましくはフィルタ係数との積和演算（畳み込み演算）を行うデジタルフィルタリング※

$$b_k = \frac{1}{6} a_{k-1} + \frac{2}{3} a_k + \frac{1}{6} a_{k+1} \quad \dots(11)$$

【0084】次に、フィルタリング手段102で得られた値  $b_k$  の大きさを調べる（ステップ203）。

【0085】もし  $b_k$  の値が予め定めた所定の値（規定値）以下であれば、ノットの間隔が  $d$  であるスプライン曲線ではそれ以上近似の精度が向上しないことから、ノットの間隔  $d$  を  $d/2$  で置き換える（ステップ204）。

【0086】一方、規定値より大きければ、補間曲線生成手段103による補間スプライン曲線の生成を行う（ステップ205）。

\*数値データに対する誤差を求める誤差計算手段104

と、補間曲線生成手段103で生成されたスプライン曲線群を単一のスプライン曲線に変換して出力する出力手段106と、を備え、誤差計算手段104により求められた入力データの値とその標本点に対する補間データとの誤差はオーバーサンプリング手段101に供給され、オーバーサンプリング手段101はこの誤差をオーバーサンプリングして出力する。

【0078】次に、図1と図2に示す流れ図を参照して、本実施形態の処理動作を説明する。以下では、 $n$  を所定の正整数として、入力された1次元の数値データを  $(t_i, x_i)$ 、 $i = 0, \dots, n$  とおく。これは、例えばサンプリング点  $t_i$  におけるサンプル値が  $x_i$  であることを示している。また、補間曲線生成手段103において生成されるスプライン曲線は、等間隔のノットを持つものとし、そのノットの間隔を  $d$  とおく。説明の都合上、ここでは  $d$  の初期値を1とおく。

【0079】オーバーサンプリング手段101は、各ノットにおける値を入力データの1次関数による補間で求める（ステップ201）。すなわち、 $k$  を整数とすると、ノット  $t = kd$  に対する値  $a_k$  を、 $t_i \leq t < t_{i+1}$  なる  $j$  に対して次式（10）で求める。

【0080】

【数8】

※処理を行う（ステップ202）。フィルタは、ノットに対するB-スプライン関数の値を用いる。具体的には、次式（11）によって新しい値  $b_k$  を計算する。次式（11）において入力データ列  $a_{k-1}$ 、 $a_k$ 、 $a_{k+1}$  に乗算される係数  $1/6$ 、 $2/3$ 、 $1/6$  がフィルタ係数を示している。

【0083】

【数9】

【0087】すなわち、ステップ205において、補間曲線生成手段103は、ノット  $\{kd\}$  に対するフィルタ演算結果  $b_k$  を用いてスプライン曲線を生成する。その際、スプライン曲線  $F(t)$  を、 $\{kd\}$  をノットとしてもつB-スプライン関数  $B_k(t)$  の線形結合として次式（12）のように表現し、係数  $p_k$  に関する連立方程式（13）、（14）、（15）を解く。

【0088】

【数10】

$$F(t) = \sum_{k=-3}^{n_d-1} p_k B_k(t) \quad \dots(12)$$

$$F(kd) = \sum_{i=-3}^{n_d-1} p_i B_i(kd) = b_k, \quad k = 0, \dots, n_d \quad \dots(13)$$

$$\left. \frac{d^2 F}{dx^2} \right|_{t=0} = \sum_{i=-3}^{n_d-1} p_i \left. \frac{d^2 B_i}{dx^2} \right|_{t=0} = 0 \quad \dots(14)$$

$$\left. \frac{d^2 F}{dx^2} \right|_{t=n_d d} = \sum_{i=-3}^{n_d-1} p_i \left. \frac{d^2 B_i}{dx^2} \right|_{t=n_d d} = 0 \quad \dots(15)$$

【0089】同じノットの間隔dに対応するB-スプライン関数の係数 $\{p_i\}$ は、順次加算していく。一方、ノット間隔dが変わった場合（ステップ204の処理）には、別の配列（Array）に格納する。

【0090】誤差計算手段104は、生成したスプライン曲線 $F(t)$ の各 $t_i$ における値 $F(t_i)$ と $x_i$ との差 $d x_i$ を計算する（ステップ206）。

【0091】そして、差 $d x_i$ の大きさを調べる（ステップ207）。

【0092】ステップ207の判定処理において、差 $d x_i$ が予め定めた所定の値（規定値）以下であれば、入力データが補間できたことから、出力手段106による以下に説明する手順でスプライン曲線の出力を行う（ステップ209）。そうでなければ、誤差 $d x_i$ を新たなデータ $x_i$ として、オーバーサンプリング手段101に

入力する（ステップ208）。  
【0093】出力手段106は、補間曲線生成手段103により生成された、 $d=1, 1/2, 1/2^1, \dots, 1/2^1$ に対応するスプライン曲線群を、ノットの間隔が $1/2^1$ であるスプライン曲線に変換し、B-スプライン関数の係数 $p_i$ を加えて1つのスプライン曲線を作り、出力する（ステップ209）。

【0094】

【実施形態2】本発明の第2の実施形態を以下に説明する。図3は、本発明の第2の実施形態の構成を示すブロック図である。

【0095】図3を参照して、本実施形態においては、入力手段305は1次元空間内の点 $t_i$ に対するベクトル値 $V_i$ を入力する。オーバーサンプリング手段301、フィルタリング手段302、補間曲線生成手段303、誤差計算手段304、及び出力手段306の各々の処理は、ベクトル値の各成分の値（すなわちスカラー値）に関して、前記第1の実施形態におけるオーバーサンプリング手段101、フィルタリング手段102、補間曲線生成手段103、誤差計算手段104、及び出力手段106と同様の処理を行なう。このため、これらの

手段の処理の説明は省略する。

【0096】

【実施形態3】本発明の第3の実施形態を以下に説明する。図4は、本発明の第3の実施形態の構成を示すブロック図である。

【0097】図4を参照して、本発明の第3の実施形態は、2次元空間内の点に対するスカラー値を入力する入力手段405と、入力手段405によって入力された数値データ、または誤差計算手段404で計算された誤差を、入力データとしてオーバーサンプリングするオーバーサンプリング手段401と、オーバーサンプリング手段401で計算されたデータをフィルタリングするフィルタリング手段402と、フィルタリング手段402で計算された新たなデータを補間するスプライン関数を生成する補間曲面生成手段403と、補間曲面生成手段403で生成されたスプライン関数とデータとの誤差を計算する誤差計算手段404と、生成されたスプライン曲面のデータを出力する出力手段406と、を備えている。

【0098】図4及び図5の流れ図を参照して、本発明の第4の実施形態の動作を以下に詳細に説明する。

【0099】ここでは、説明の都合上、入力された数値データは格子状（2次元マトリクス）に並んでいるものとする。すなわち、 $u_i, i=0, \dots, m$ と、 $v_j, j=0, \dots, n$ に対して、格子点 $(u_i, v_j)$ に値 $x_{ij}$ が与えられているものとする。

【0100】そして、4点 $(u_i, v_j), (u_{i+1}, v_j), (u_i, v_{j+1}), (u_{i+1}, v_{j+1})$ からなる各格子に対して、 $(u_{i+1}, v_j)$ と $(u_i, v_{j+1})$ とを結ぶ対角線が引かれ、三角形分割されているものとする。

【0101】格子状に並んでいない場合でも、ドロネー三角形分割等の三角形分割を行えば同様に処理することができるため、格子状に並んでいない場合の詳細は省略する。

【0102】スプライン関数のノットの間隔は、u方向、v方向ともにdとおく。dの初期値は1とする。



【0103】オーバーサンプリング手段401は、各ノット格子点における値を、入力データの1次関数による補間で求める(ステップ501)。すなわち、 $k, l$ を整数とすると、ノットの格子点  $(u, v) = (kd, ld)$  における値  $c_{k,l}$  は、 $(u, v)$  が含まれる三角形の頂点での値を1次関数で補間した値とする。

【0104】そのために、まず  $(u, v)$  が含まれる三角形の頂点を、 $(u_i, v_i), (u_{i+1}, v_i), (u_i, v_{i+1})$  とするとき、重心座標  $b_0, b_1, b_2$  を次式(16)、(17)、(18)から求める。

$$b_0 u_i + b_1 u_{i+1} + b_2 u_i = u \quad \dots(16)$$

$$b_0 v_i + b_1 v_i + b_2 v_{i+1} = v \quad \dots(17)$$

$$b_0 + b_1 + b_2 = 1 \quad \dots(18)$$

【0106】このようにして求めた重心座標  $b_0, b_1, b_2$  を使って、値  $c_{k,l}$  は次式(19)のようにして求める。

【0107】

$$c_{k,l} = b_0 x_{i+1} + b_1 x_{i+1} + b_2 x_{i+1} \quad \dots(19)$$

【0108】説明の都合上、 $0 \leq u_0, u_n \leq m_d d, 0 \leq$

$$e_{k,l} = \frac{1}{36} c_{k-1, l-1} + \frac{1}{9} c_{k, l-1} + \frac{1}{36} c_{k+1, l-1} + \frac{1}{9} c_{k-1, l} + \frac{4}{9} c_{k, l} + \frac{1}{9} c_{k+1, l} + \frac{1}{36} c_{k-1, l+1} + \frac{1}{9} c_{k, l+1} + \frac{1}{36} c_{k+1, l+1} \quad \dots(20)$$

【0113】次に、フィルタリング手段402で得られた値  $e_{k,l}$  の大きさを調べる(ステップ503)。もし、値  $e_{k,l}$  の大きさが予め定めた所定の値(規定値)以下であれば、ノットの間隔が  $d$  であるスプライン関数ではそれ以上近似の精度が向上しないので、ノットの間隔  $d$  を  $1/2 d$  で置き換える(ステップ504)。一方、規定値より大きければ、ステップ505において補間曲面生

\*  $\leq v_0, v_n \leq n_d d$  ( $m_d, n_d$  は正の整数) とおく。

【0109】入力データの格子の外部では、 $u$  座標が格子の範囲内であれば、最外周の辺で最も近いものを選び、 $u$  座標が同じ点の値とする。また、 $v$  座標についても同様に扱う。

【0110】 $u$  座標、 $v$  座標ともに格子の範囲外であれば、格子の最外周の4頂点のうち、最も近いものに対する値とする。

【0111】フィルタリング手段402は、オーバーサンプリング手段401で求めた各ノットの格子点  $(kd, ld)$  に対する値の配列  $\{c_{k,l}\}$  に対して、2次元フィルタ演算(フィルタ係数と配列  $\{c_{k,l}\}$  との積和演算)を行う(ステップ502)。フィルタは、ノット格子点に対するB-スプライン関数の値の積を用いる。具体的には、次式(20)で新しい値  $\{e_{k,l}\}$  を計算する。

【0112】

【数11】

※成手段403による補間スプライン曲面の生成を行う。

【0114】補間曲面生成手段403は、 $(kd, ld)$  に対する  $e_{k,l}$  を用いてスプライン関数を生成する。3次のスプライン曲面  $F(u, v)$  をB-スプライン関数を用いて表現すると、次式(21)になる。

【0115】

【数12】

$$F(u, v) = \sum_{i=-3}^{m_d-1} \sum_{j=-3}^{n_d-1} p_{ij} B_i(u) C_j(v) \quad \dots(21)$$

【0116】ただし、 $B_i(u), C_j(v)$  はそれぞれノットが  $\{kd\}, \{ld\}$  に対応するB-スプライン関数である。

【0117】このとき、まず各  $i$  に対して1次元の場合の補間を行なう。すなわち、変数  $v$  の関数  $F_i(v)$  ★40

$$F_i(v) = \sum_{j=-3}^{n_d-1} q_{ij} C_j(v) \quad \dots(22)$$

【0119】上式(22)の解  $q_{ij}$  に対して、今度は各  $j$  について1次元の補間を行なう。すなわち、変数  $u$  の関数  $F_j(u)$  を、 $q_{ij}$  に対して、1次元の場合の方法 ☆

$$F_j(u) = \sum_{i=-3}^{m_d-1} p_{ij} B_i(u) \quad \dots(23)$$

【0121】上式(23)で得られる  $p_{ij}$  が求める値で 50 ある。

★を、入力データ  $e_{k,l}$  に対して、上記の1次元の場合のようにして求める。

【0118】

【数13】

☆で求める。

【0120】

【数14】

【0122】同じノット間隔 $d$ に対応するB-スプライン曲面の係数 $\{p_{i,j}\}$ は、順次加算していく。 $d$ が変わった場合は、別の配列に格納する。

【0123】誤差計算手段404は、生成したスプライン曲面 $F(u, v)$ の各 $(u_i, v_i)$ における値 $F(u_i, v_i)$ と $x_{i,j}$ との差 $dx_{i,j}$ (誤差)を計算する(ステップ506)。

【0124】そして、 $dx_{i,j}$ の値を調べる(ステップ507)。 $dx_{i,j}$ が規定値以下であれば、入力データが補間できたので、出力手段406に進む。そうでなければ、誤差 $dx_{i,j}$ を新たなデータ $x_{i,j}$ としてオーバーサンプリング手段401に入力する(ステップ508)。

【0125】出力手段406は、補間曲線生成手段403で生成された、 $d=1, 1/2, 1/2^2, \dots, 1/2^l$ に対応するスプライン曲面群を、ノットの間隔が $1/2^l$ であるスプライン曲面に変換し、B-スプライン関数の係数 $p_{i,j}$ を加えて1つのスプライン曲面を作り、出力する(ステップ509)。

【0126】

【実施形態4】図6を参照して、本発明の第4の実施形態を説明する。本発明の第4の実施形態においては、入力手段605が2次元空間内の点 $(u_i, v_i)$ に対するベクトル値 $V_{i,j}$ を入力する。

【0127】オーバーサンプリング手段601、フィルタリング手段602、補間曲面生成手段603、誤差計算手段604、出力手段606の各々の処理は、ベクトル値の各成分に関して第3の実施形態においてそれぞれ対応するオーバーサンプリング手段401、フィルタリング手段402、補間曲面生成手段403、誤差計算手段404、出力手段406と同様の処理を行なうので、詳細は省略する。

【0128】

【発明の効果】以上説明したように、本発明に係る数値データの補間方法及び装置によれば、入力された数値データに対して、オーバーサンプリングしたデータをフィルタリング処理して得られた値についてスプライン補間するように構成したことにより、小さな変動に対しては、結果として得られる関数の変動も小さく抑えることができるという効果を有する。このため、従来手法より、滑らかな補間関数を得ることができる。

【図面の簡単な説明】

【図1】本発明の第1の実施形態の構成を示す図である。

【図2】図1に示した実施形態の動作を説明する流れ図である。

【図3】本発明の第2の実施形態の構成を示す図である。

【図4】本発明の第3の実施形態の構成を示す図である。

【図5】図4に示した実施形態の動作を説明する流れ図

である。

【図6】本発明の第4の実施形態の構成を示す図である。

【図7】本発明の原理・作用を説明するための図である。

【図8】本発明の原理・作用を説明するための図である。

【図9】本発明の原理・作用を説明するための図である。

【図10】本発明の原理・作用を説明するための図である。

【図11】本発明の原理・作用を説明するための図である。

【図12】本発明の原理・作用を説明するための図である。

【図13】従来技術の説明するための図である。

【図14】従来技術の説明するための図である。

【図15】従来技術の説明するための図である。

【図16】従来技術の説明するための図である。

【図17】従来技術の説明するための図である。

【図18】従来技術の説明するための図である。

【図19】従来技術の説明するための図である。

【図20】従来技術の説明するための図である。

【図21】従来技術の説明するための図である。

【図22】従来技術の問題点を説明するための図である。

【図23】従来技術の問題点を説明するための図である。

【符号の説明】

101 オーバーサンプリング手段

102 フィルタリング手段

103 補間曲線生成手段

104 誤差計算手段

105 入力手段

106 出力手段

301 オーバーサンプリング手段

302 フィルタリング手段

303 補間曲線生成手段

304 誤差計算手段

305 入力手段

306 出力手段

401 オーバーサンプリング手段

402 フィルタリング手段

403 補間曲面生成手段

404 誤差計算手段

405 入力手段

406 出力手段

601 オーバーサンプリング手段

602 フィルタリング手段

603 補間曲面生成手段

604 誤差計算手段

605 入力手段

606 出力手段

1301 入力された数値データ

1302 対応する値を求めたい点

1401 区分的1次関数

\*1501 多項式

1601 スプライン関数

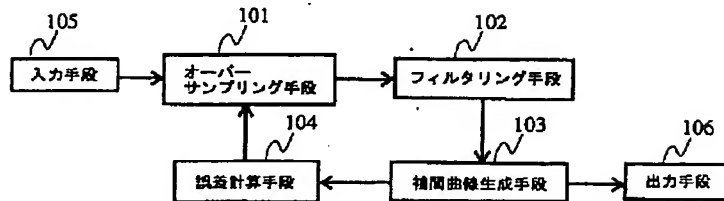
1801 3次のB-スプライン関数

2201 スプライン関数

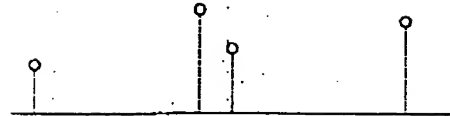
2301 スプライン関数

\*

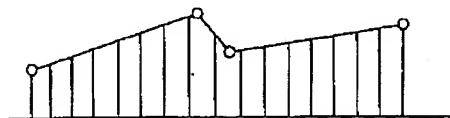
【図1】



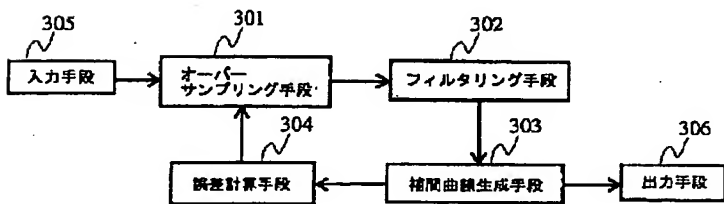
【図7】



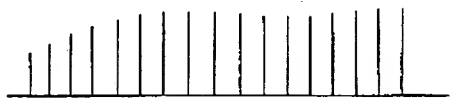
【図8】



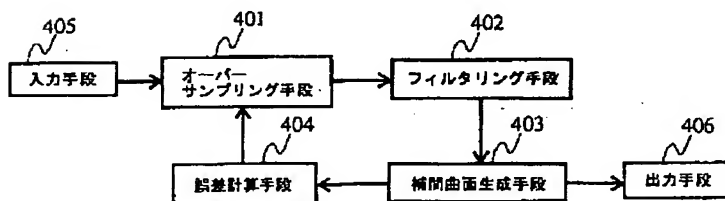
【図3】



【図9】



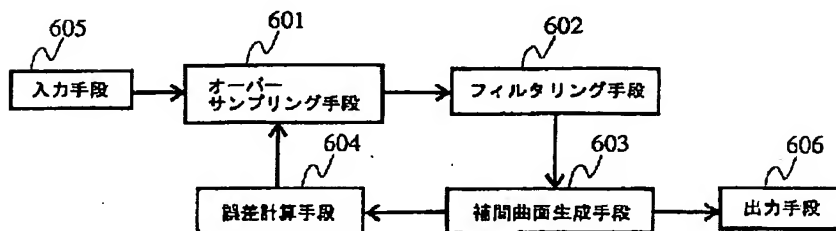
【図4】



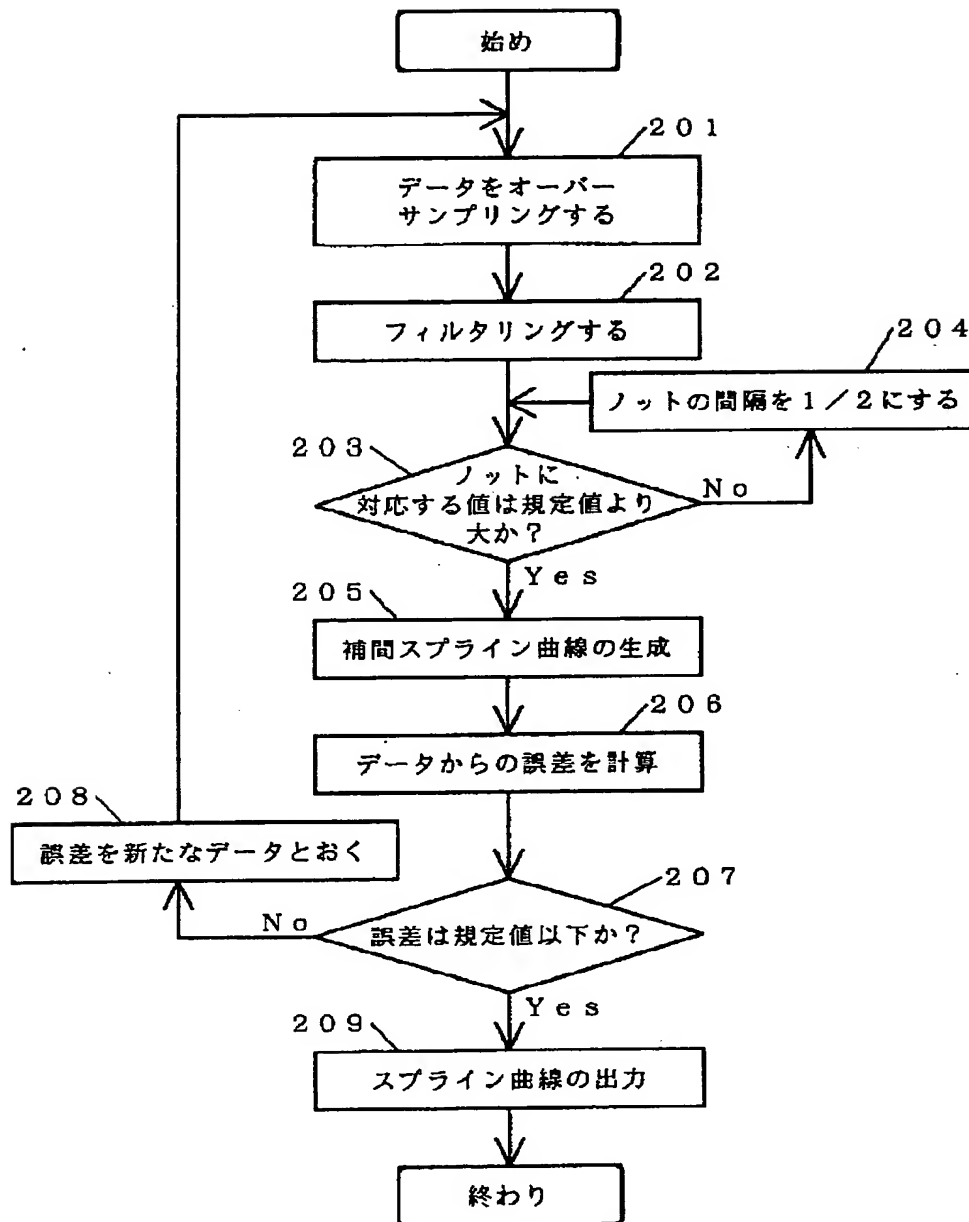
【図10】



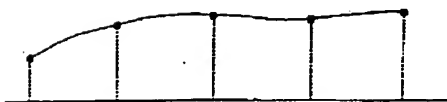
【図6】



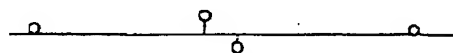
【図2】



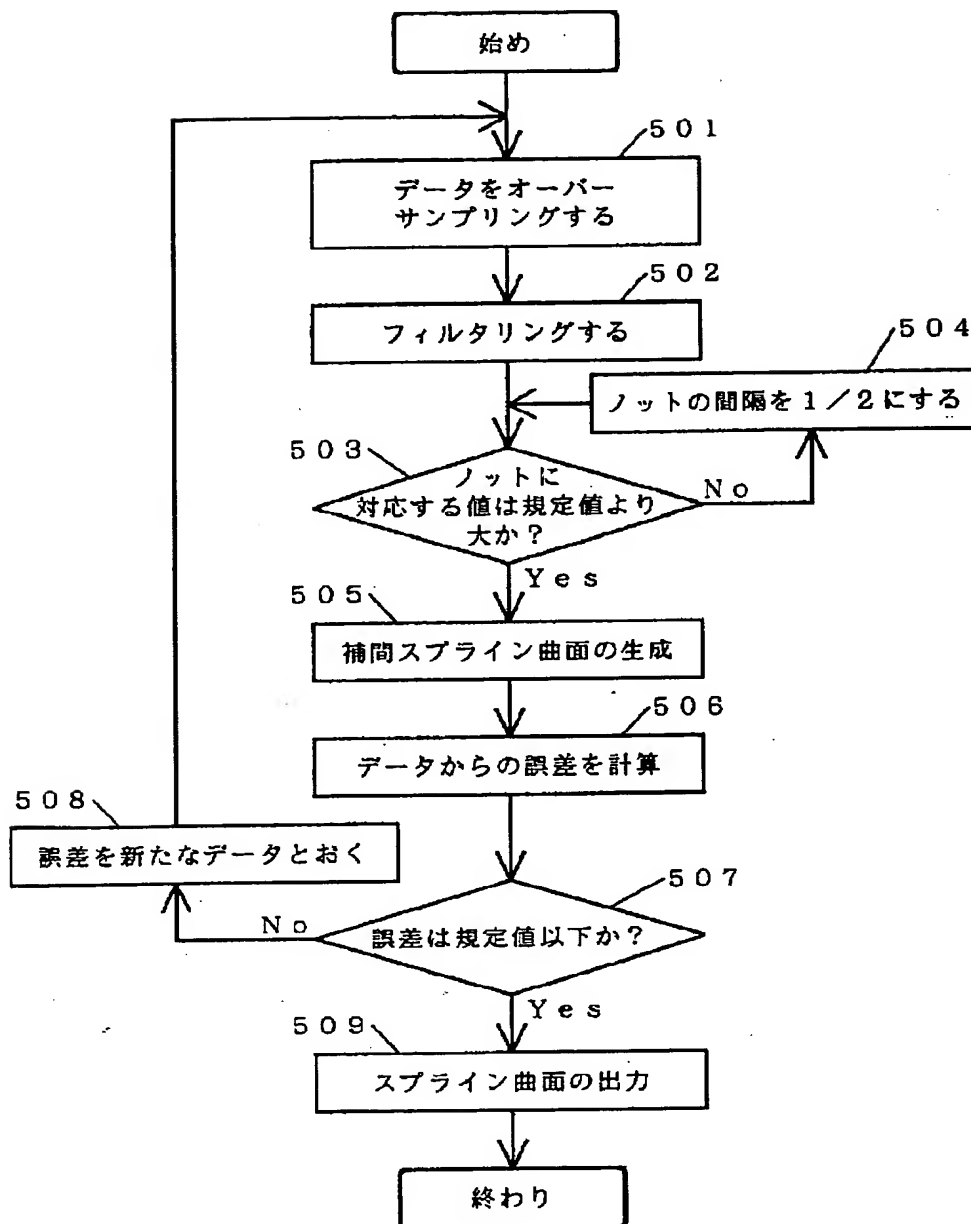
【図11】



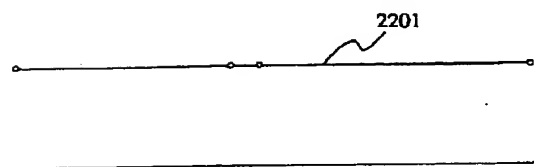
【図12】



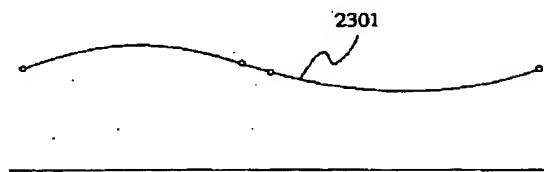
【図5】



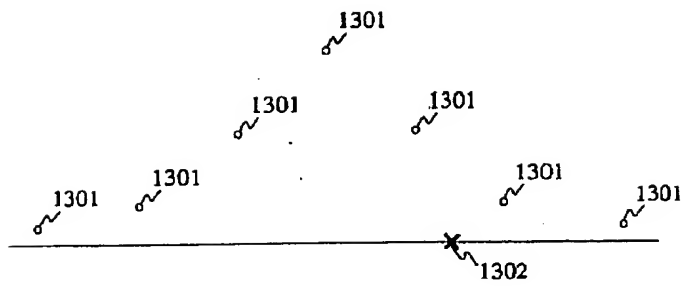
【図22】



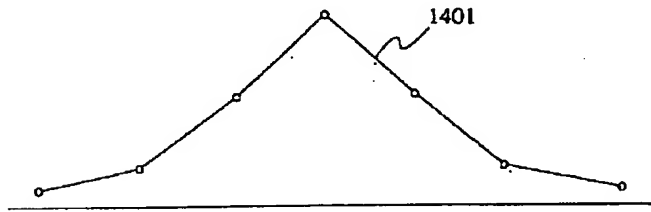
【図23】



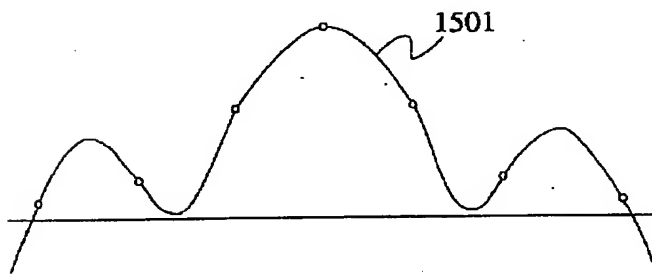
【図13】



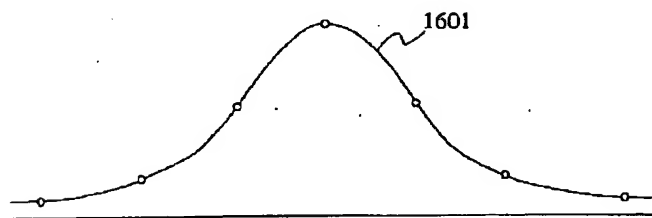
【図14】



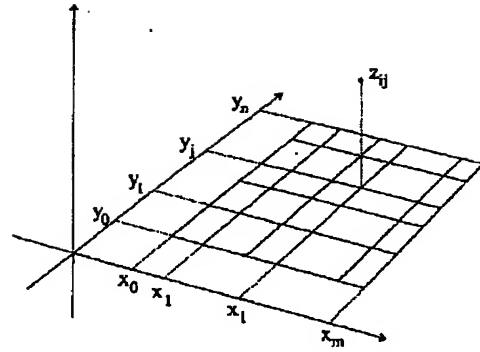
【図15】



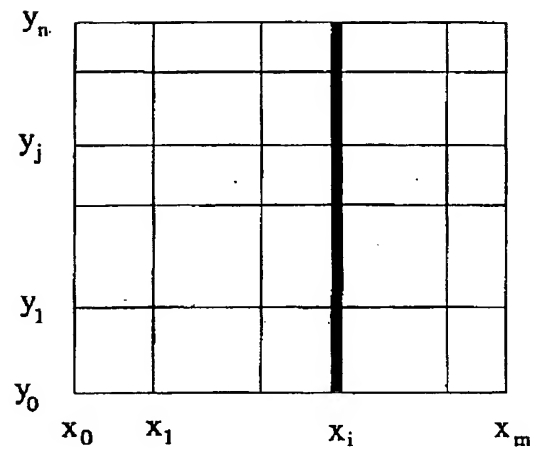
【図16】



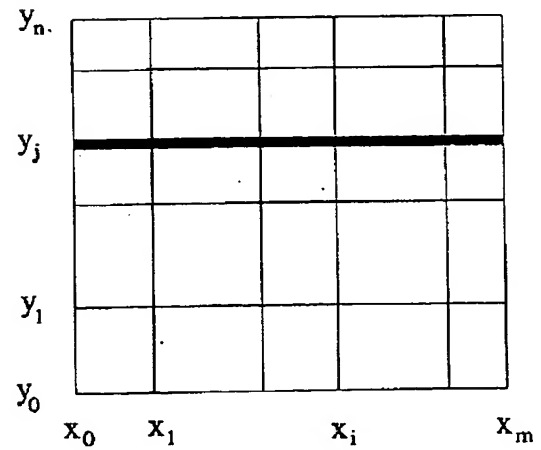
【図19】



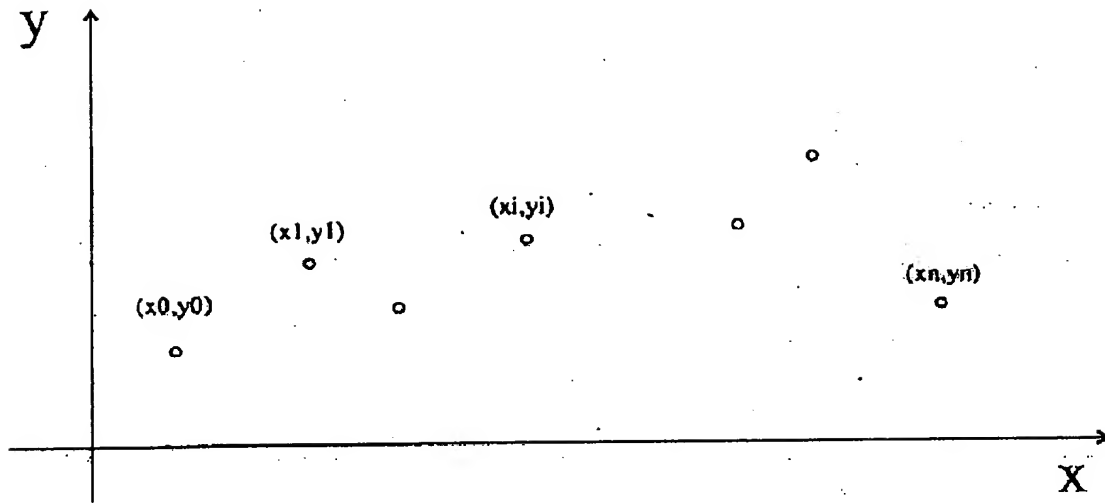
【図20】



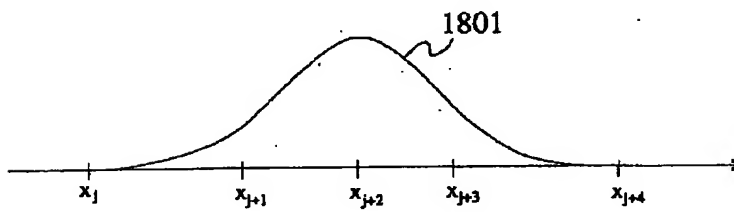
【図21】



【図17】



【図18】



# PATENT ABSTRACTS OF JAPAN

(11)Publication number : 09-179992

(43)Date of publication of application : 11.07.1997

(51)Int.Cl.

G06T 11/20

G06F 17/50

// G05B 19/4103

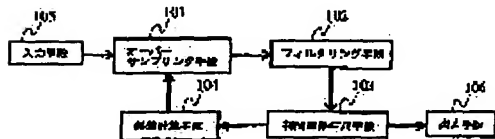
(21)Application number : 07-350140

(71)Applicant : NEC CORP

(22)Date of filing : 23.12.1995

(72)Inventor : HASHIMOTO MAMORU

(54) METHOD AND DEVICE FOR GENERATING SPLINED CURVE AND SPLINE-CURVED SURFACE



e the influence of an error in inputted numeric data on a

01 oversamples the numeric data inputted through an  
d by an error calculating means 104 and a filtering means  
n interpolated curve generating means 103 generates a  
data and an error calculating means 104 calculates the  
generated curves. When this error exceeds a prescribed  
sampling means 101, but when not, an output means 106  
erated splined curve group.

## LEGAL STATUS

[Date of request for examination]

23.12.1995

[Date of sending the examiner's decision of  
rejection]

[Kind of final disposal of application other than  
the examiner's decision of rejection or  
application converted registration]



[Date of final disposal for application]

[Patent number] 2785784

[Date of registration] 29.05.1998

[Number of appeal against examiner's decision  
of rejection]

[Date of requesting appeal against examiner's  
decision of rejection]

[Date of extinction of right]

Copyright (C); 1998,2003 Japan Patent Office

# PATENT ABSTRACTS OF JAPAN

(11)Publication number : 09-179992

(43)Date of publication of application : 11.07.1997

(51)Int.Cl.

G06T 11/20  
G06F 17/50  
// G05B 19/4103

(21)Application number : 07-350140

(71)Applicant : NEC CORP

(22)Date of filing : 23.12.1995

(72)Inventor : HASHIMOTO MAMORU

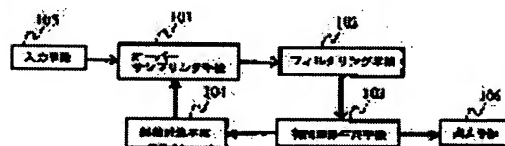
(54) METHOD AND DEVICE FOR GENERATING SPLINED CURVE AND SPLINE-CURVED SURFACE

(57)Abstract:

PROBLEM TO BE SOLVED: To reduce the influence of an error in inputted numeric data on a shape.

SOLUTION: An oversampling means 101 oversamples the numeric data inputted through an input means 105 or the error calculated by an error calculating means 104 and a filtering means 102 performs a filtering process; and an interpolated curve generating means 103 generates a splined curve interpolating generated data and an error calculating means 104 calculates the error based upon numeric data on the generated curves.

When this error exceeds a prescribed value, the error is inputted to the oversampling means 101, but when not, an output means 106 outputs a single splined curve in a generated splined curve group.



## LEGAL STATUS

[Date of request for examination] 23.12.1995

[Date of sending the examiner's decision of rejection]

[Kind of final disposal of application other than

the examiner's decision of rejection or  
application converted registration]

[Date of final disposal for application]

[Patent number] 2785784

[Date of registration] 29.05.1998

[Number of appeal against examiner's  
decision of rejection]

[Date of requesting appeal against examiner's  
decision of rejection]

[Date of extinction of right]

Copyright (C); 1998,2003 Japan Patent Office

## \* NOTICES \*

Japan Patent Office is not responsible for any damages caused by the use of this translation.

1. This document has been translated by computer. So the translation may not reflect the original precisely.
2. \*\*\*\* shows the word which can not be translated.
3. In the drawings, any words are not translated.

## CLAIMS

## [Claim(s)]

[Claim 1] By repeating the process which generates the approximation curve of the numeric data by which the input was carried out [ aforementioned ], in case the spline curve for being the method of generating a spline curve from the inputted numeric data, and interpolating numeric data is generated While controlling so that the error of the numeric data and the aforementioned approximation curve by which the input was carried out [ aforementioned ] approaches 0 In case the aforementioned approximation curve is generated, over sampling technique of the aforementioned error of the numeric data by which the input was carried out [ aforementioned ] or the numeric data by which the input was carried out [ aforementioned ], and the aforementioned approximation curve is carried out. this value by which over sampling technique was carried out -- filtering processing -- carrying out -- new data -- generating -- this -- the generation method of the spline curve characterized by what is asked for the spline curve which interpolates new data

[Claim 2] The generation method of the spline curve according to claim 1 to which the numeric data by which the input was carried out [ aforementioned ] is characterized by the bird clapper from what was expressed as a scalar value over the point in 1-dimensional space.

[Claim 3] The generation method of the spline curve according to claim 1 to which the numeric data by which the input was carried out [ aforementioned ] is characterized by the bird clapper from what was expressed as a vector value over the point in 1-dimensional space.

[Claim 4] The generation method of a spline curve given in any 1 of the claims 1-3 characterized by interpolating the point of two \*\*\*\*\* of the numeric data by which the input was carried out [ aforementioned ] with a predetermined primary function, and performing the aforementioned over sampling technique.

[Claim 5] The generation method of a spline curve given in any 1 of the claims 1-3 characterized by using the value of B-spline function in a knot for the aforementioned filtering processing.

[Claim 6] By repeating the process which generates the approximation curved surface of the numeric data by which the input was carried out [ aforementioned ], in case the spline surface for being the method of generating a spline surface from the inputted numeric data, and interpolating numeric data is generated While controlling so that the error of the numeric data and the aforementioned approximation curved surface by which the input was carried out [ aforementioned ] approaches 0 In case the aforementioned approximation curved surface is generated, over sampling technique of the aforementioned error of the numeric data by which the input was carried out [ aforementioned ] or the numeric data by which the input was carried out [ aforementioned ], and the aforementioned approximation curved surface is carried out. this value by which over sampling technique was carried out -- filtering processing -- carrying out -- new data -- generating -- this -- the generation method of the spline surface characterized by what is asked for the spline surface which interpolates new data

[Claim 7] The generation method of the spline surface according to claim 6 to which the numeric data by which the input was carried out [ aforementioned ] is characterized by the bird clapper from what was expressed as a scalar value over the point in two-dimensional space.

[Claim 8] The generation method of the spline surface according to claim 6 to which the numeric data by which the input was carried out [ aforementioned ] is characterized by the bird clapper from what was expressed as a vector value over the point in two-dimensional space.

[Claim 9] The generation method of a spline surface given in any 1 of the claims 6-8 characterized by interpolating three \*\*\*\*\* of the numeric data by which the input was carried out [ aforementioned ] with a predetermined primary function, and performing the aforementioned over sampling technique.

[Claim 10] The generation method of a spline surface given in any 1 of the claims 6-8 characterized by using the value of B-spline function in a knot for filtering processing.

[Claim 11] Generation equipment of a spline curve characterized by providing the following. The over sampling technique means which carries out over sampling technique of the input data inputted through the input means, and carries out the generation output of the new data. A filtering means to input the data outputted from the aforementioned over sampling technique means, and to perform predetermined filtering processing to these data. A interpolation curvilinear generation means to generate the spline curve for interpolating the data outputted from the aforementioned filtering means. An error calculation means to calculate the error over the aforementioned input data of the spline curve generated with the aforementioned interpolation curvilinear generation means, and an output means to change and output the spline curve group generated with the aforementioned interpolation curvilinear generation means to a single spline curve.

[Claim 12] Generation equipment of a spline curve according to claim 11 with which the aforementioned input data inputted through the aforementioned input means is characterized by the bird clapper from the scalar value over the point in 1-dimensional space.

[Claim 13] Generation equipment of a spline curve according to claim 11 with which the aforementioned input data inputted through the aforementioned input means is characterized by the bird clapper from the vector value over the point in 1-dimensional space.

[Claim 14] Generation equipment of a spline curve given in any 1 of the claims 11-13 to which the aforementioned over sampling technique means is characterized by interpolating the point of two \*\*\*\*\* of the aforementioned input data with a predetermined primary function, and performing over sampling technique.

[Claim 15] Generation equipment of a spline curve given in any 1 of the claims 11-13 characterized by for the aforementioned filtering means making the value of B-spline function in a knot a filter factor, and carrying out filtering.

[Claim 16] Generation equipment of a spline surface characterized by providing the following. The over sampling technique means which carries out over sampling technique of the input data inputted through the input means, and carries out the generation output of the new data. A filtering means to input the data outputted from the aforementioned over sampling technique means, and to perform predetermined filtering processing to these data. A interpolation curved-surface generation means to generate the spline surface for interpolating the data outputted from the aforementioned filtering means. An error calculation means to calculate the error over the aforementioned input data of the spline curve generated with the aforementioned interpolation curved-surface generation means, and an output means to change and output the spline-surface group generated with the aforementioned interpolation curved-surface generation means to a single spline surface.

[Claim 17] Generation equipment of a spline surface according to claim 16 with which the aforementioned input data inputted through the aforementioned input means is characterized by the bird clapper from the scalar value over the point in two-dimensional space.

[Claim 18] Generation equipment of a spline surface according to claim 16 with which the aforementioned input data inputted through the aforementioned input means is characterized by the bird clapper from the vector value over the point in two-dimensional space.

[Claim 19] Generation equipment of a spline surface given in any 1 of the claims 16-18 to which the aforementioned over sampling technique means is characterized by interpolating three \*\*\*\*\* with a predetermined primary function mutually [ the aforementioned input data inputted through the aforementioned input means ], and performing over sampling technique.

[Claim 20] Generation equipment of a spline surface given in any 1 of the claims 16-18 characterized by for the aforementioned filtering means making the value of B-spline function in a knot a fill coefficient, and carrying out filtering.

[Claim 21] Generation equipment of a spline curve given in any 1 of the claims 11-13 characterized by inputting the numeric data which the aforementioned input means becomes from the digital signal which samples an analog signal and is obtained as the aforementioned input data.

[Claim 22] Generation equipment of a spline surface given in any 1 of the claims 16-18 characterized by inputting the numeric data which the aforementioned input means becomes from the digital signal which samples an analog signal and is obtained as the aforementioned input data.

---

[Translation done.]

\* NOTICES \*

Japan Patent Office is not responsible for any damages caused by the use of this translation.

- 1.This document has been translated by computer. So the translation may not reflect the original precisely.
- 2.\*\*\*\* shows the word which can not be translated.
- 3.In the drawings, any words are not translated.

## DETAILED DESCRIPTION

### [Detailed Description of the Invention]

[0001]

[The technical field to which invention belongs] this invention relates to the generation method and generation equipment of the spline curve from the numeric data obtained by especially measurement, and a curved surface about the generation method of the spline curve and curved surface which are used in a computer graphics or CAD (computer support die design).

[0002]

[Description of the Prior Art] An analog signal is measured and the Prior art which changes into a spline curve or a curved surface the numeric data which changes this into a digital signal etc. and is obtained is explained with reference to drawing 21 from drawing 13.

[0003] First, from drawing 13 to drawing 16 is explained with reference to an outline.

[0004] In order to presume the value 1302 in the position (point which is not sampled) where the value is not given to the numeric data 1301, such as observed value, such as atmospheric temperature and atmospheric pressure, and a digital signal which sampled the analog signal, or to see the distribution of the whole value and to graph-ize, the need of asking for the function which interpolates numeric data often starts.

[0005] Moreover, two-dimensional [ objective ] or a 3-dimensional image is measured using a measuring instrument, the obtained sequence of points are changed into a curve or a curved surface, and there is also a demand used for the design of a product model.

[0006] As the interpolation method which fills this demand most simply, as shown in drawing 14, there is a method of connecting the sampling data (numeric data) of two \*\*\*\*\* in a straight line. However, by this method, the configuration of the function 1401 obtained does not become smooth. Drawing 14 shows 1401, as a result of connecting the numeric data 1301 of drawing 13 in a straight line.

[0007] Since it is thought that the inputted numeric data was sampled from the smooth signal (for example, continuous analog signal) in many cases, the function (1401 of drawing 14) generated by linear interpolation will become an original function (function showing a former signal) and the original thing which made the mistake in becoming.

[0008] On the other hand, the method of interpolating using a polynomial is one method for connecting sampling data smoothly. Drawing 15 shows the curve which connected the numeric data 1301 of drawing 13 by the polynomial. However, the order of a polynomial becomes high, and since the polynomial 1501 generated has an intense vibration, it is not suitable for practical use by this method, in many cases, as the number of data increases.

[0009] Then, the spline function which is the partition-polynomial which connected a different polynomial for every section is used well.

[0010] In a part for the connection of the polynomial of a spline function, it has a continuity according to the order of a polynomial to be used. For example, when using the 3rd polynomial, in a part for a connection, the derivative to the second floor has a continuity. For this reason, since the conditions about a continuity are loose when it interpolates by one polynomial, the smooth function 1601 with little

vibration is obtained.

[0011] Although what is necessary is just to decide the polynomial of each section in order to perform interpolation using the spline function, asking for the coefficient of a polynomial directly is not desirable in respect of a calculation error.

[0012] Then, usually, a spline function is expressed as linear combination of B-spline function, and the simultaneous equations about the coefficient are solved.

[0013] Since B-spline function has a local base, it is restricted near the diagonal line that the element which is not 0 in the coefficient matrix of simultaneous equations appears, and a solution is calculated stably and at high speed.

[0014] Next, the concrete calculation method is explained with reference to drawing 21 from drawing 17.

[0015] The inputted numeric data is set with  $(x_i, y_i)$ ,  $x_i < x_{i+1}$ ,  $i = 0, \dots, n$  by making  $n$  into a positive integer (refer to drawing 17). Although the connection of the polynomial of a spline function is called a "knot" or "joint", below, it has each  $x_i$  as a knot and how to ask for the spline function which interpolates the inputted numeric data is explained. Moreover, only a cubic-spline function is explained on account of explanation.

[0016] First, a knot is extended to right and left. That is, it sets with  $x_{-3}=x_{-2}=x_{-1}=x_0$  and  $x_{n+3}=x_{n+2}=x_{n+1}=x_n$ . At this time, the following  $(m-1)$  B-spline functions  $B_m$  and  $j(x)$  are defined by the following formula (1) and (2) to a knot vector  $(x_{-3}, x_{-2}, \dots, x_{n+3})$ .

[0017]

[Equation 1]

$$B_{1,j}(x) = 1 \quad (x_j \leq x < x_{j+1}), \quad 0 \quad (\text{その他}) \quad \dots (1)$$

$$B_{m,j}(x) = \frac{x - x_j}{x_{j+m-1} - x_j} B_{m-1,j}(x) + \frac{x_{j+m} - x}{x_{j+m} - x_{j+1}} B_{m-1,j+1}(x), \quad (m \geq 2) \quad \dots (2)$$

[0018] However, when 0 appears in a denominator, the term is set with 0.

[0019] Here, since only the 3rd spline function 1801 (refer to drawing 18) is treated, the B-spline functions  $B_4$  and  $j(x)$  are written as " $B_j(x)$ ."

[0020] Then, spline-function  $F(x)$  is expressed like the following formula (3) as linear combination of the B-spline function  $B_j(x)$ .

[0021]

[Equation 2]

$$F(x) = \sum_{i=-3}^{n-1} p_i B_i(x) \quad \dots (3)$$

[0022] By asking for the coefficient  $p_i$  of an upper formula (3), the spline function for which it asks becomes settled.

[0023] Then, the simultaneous equations about a coefficient  $p_i$  are stood. First, in each knot, if the value of input data and the value of a spline function are equal, it will set (refer to the following formula (4)).

[0024]

[Equation 3]

$$F(x_j) = \sum_{i=-3}^{n-1} p_i B_i(x_j) = y_j, \quad j = 0, \dots, n \quad \dots (4)$$

[0025] To the number of Unknowns  $p_i$  being  $n+3$ , since the number of input data is  $n+1$ , it runs short of two conditions by the upper formula (4). Then, the following formula (5) which are the endpoint conditions that the derivative of the second floor in ends is 0, and (6) are added.

[0026]



[Equation 4]

$$\left. \frac{d^2 F}{dx^2} \right|_{x=x_0} = \sum_{i=-3}^{n-1} p_i \left. \frac{d^2 B_i}{dx^2} \right|_{x=x_0} = 0 \quad \dots (5)$$

$$\left. \frac{d^2 F}{dx^2} \right|_{x=x_n} = \sum_{i=-3}^{n-1} p_i \left. \frac{d^2 B_i}{dx^2} \right|_{x=x_n} = 0 \quad \dots (6)$$

[0027]  $p_i$  can be found if an upper formula (4), (5), and (6) are solved as simultaneous equations.

[0028] Also about the case more than two-dimensional, it can come back and solve to one dimension.

Since the same is more said of high order origin, a two-dimensional case is explained.

[0029] The inputted data shall be located in a line in the shape of a grid. That is, it considers as  $x_i, i=0, \dots, m$  and  $y_j, j=0, \dots, n$ , the thing by which the value  $z_{ij}$  is given to  $(x_i, y_j)$  to  $n$  (refer to [drawing 19](#)).

[0030] If extension of a knot is performed like [ direction / each / x directions and / of y ] the case of one dimension and the 3rd spline function is expressed using B-spline function, it will be given by the following formula (7).

[0031]

[Equation 5]

$$F(x, y) = \sum_{i=-3}^{n-1} \sum_{j=-3}^{n-1} p_{ij} B_i(x) C_j(y) \quad \dots (7)$$

[0032] However,  $C_j(y)$  is B-spline function corresponding to  $y_j$ .

[0033] At this time, interpolation in one dimension is first performed to each  $i$ . That is, from input data  $z_{ij}$ , the function  $F_i$  of Variable  $y$  ( $y$ ) is carried out like [ in the above-mentioned one dimension ], and it asks for it (refer to [drawing 20](#)).

[0034]

[Equation 6]

$$F_i(y) = \sum_{j=-3}^{n-1} q_{ij} C_j(y) \quad \dots (8)$$

[0035] It performs 1-dimensional interpolation each about  $j$  shortly to the solution  $q_{ij}$  of an upper formula (8). That is, it asks for the function  $F_j$  of Variable  $x$  ( $x$ ) by the method in one dimension from  $q_{ij}$  (refer to [drawing 21](#)).

[0036]

[Equation 7]

[0037]  $p_{ij}$  obtained by the upper formula (9) serves as a coefficient of B-spline-function expression of the two-dimensional spline function for which it asks.

[0038]

[Problem(s) to be Solved by the Invention] The trouble of the interpolation by the above-mentioned conventional spline function is explained below with reference to [drawing 22](#) and [drawing 23](#).

[0039] By the interpolation method by the above-mentioned conventional spline (B-spline) function, vibration of the function generated is suppressed as compared with interpolation by the polynomial.

[0040] However, it may still change a lot to a slight change of input data.

[0041] This phenomenon is explained about the case where the position of data is unequal. For example, if all the values of input data are the same values as shown in [drawing 22](#), naturally the result of interpolation will become the straight-line-like function 2201.

[0042] However, when change is included in the section where the function of data is short, by the spline function 2301 (refer to drawing 23 ) generated, the error is amplified, and if the value of a function 2201 (refer to drawing 22 ) and a function 2301 is compared in the section which the interval of data is opening, it will come out making a mistake in being big (error).

[0043] Moreover, it is decided by the inputted numeric data, and the position of the knot of a spline function will be made at equal intervals, when a knot at equal intervals is desirable.

[0044] Moreover, a spline function cannot be decided to be a meaning unless two-dimensional data are distributed in the shape of a grid.

[0045] therefore -- while also being able to suppress change of the function out of which succeeds in this invention in view of the trouble of the above-mentioned conventional technology, and change of input data comes only and which is generated in a certain case in few amount the knot of a spline function was inputted -- it aims at offering the generation method and equipment of the spline curve or curved surface which makes it possible to be able to choose freely, without being dependent on numeric data

[0046]

[Means for Solving the Problem] In order to attain the aforementioned purpose, this invention is the method of generating a spline curve from the numeric data which measured the analog signal and was obtained. It carries out by repeating the step which generates the approximation curve of the numeric data into which generation of the spline curve which interpolates numeric data was inputted, and bringing the error from numeric data close to 0. At the step which generates an approximation curve, over sampling technique of the aforementioned numeric data or the aforementioned error is carried out, it filters further, new data are generated, and it asks for the spline curve which interpolates this generated data.

[0047] What was expressed as a scalar value over the point in 1-dimensional space as the aforementioned numeric data can be taken.

[0048] Or what was expressed as a vector value over the point in 1-dimensional space as the aforementioned numeric data can also be taken.

[0049] In the generation method of the spline curve of this invention, over sampling technique can be performed by interpolating two adjoining points with a primary function.

[0050] Furthermore, the value of B-spline function in a knot can be used for filtering in the generation method of the spline curve of this invention.

[0051] The generation method of the spline surface of this invention is the method of generating a spline surface from the numeric data which measured the analog signal and was obtained. It carries out by repeating the step which generates an approximation curved surface to the numeric data into which generation of the spline surface which interpolates numeric data was inputted, and bringing the error from numeric data close to 0. It asks for the spline surface which carries out over sampling technique of the aforementioned numeric data or the aforementioned error, filters further, generates new data, and interpolates the generated data at the step which generates an approximation curved surface.

[0052] What was expressed as a scalar value over the point in two-dimensional space as the aforementioned numeric data can be taken.

[0053] Or what was expressed as a vector value over the point in two-dimensional space as the aforementioned numeric data can also be taken.

[0054] In the generation method of the spline surface of this invention, over sampling technique can be performed by interpolating the value over three adjoining points with a primary function.

[0055] Furthermore, the value of B-spline function in a knot can be used for filtering in the generation method of the spline surface of this invention.

[0056] An input means by which the generation equipment of the spline curve of this invention inputs the numeric data which measured the analog signal, An over sampling technique means to carry out over sampling technique of the numeric data inputted with the aforementioned input means, and to generate new data, A filtering means to filter the data generated with the aforementioned over sampling technique means, A interpolation curvilinear generation means to generate the spline curve which interpolates the data filtered with the aforementioned filtering means, It consists of an error calculation means to

calculate the error over the aforementioned numeric data of the spline curve generated with the aforementioned interpolation curvilinear generation means, and an output means to change and output the spline curve group generated with the aforementioned interpolation curvilinear generation means to a single spline curve.

[0057] The aforementioned input means can input the scalar value over the point in 1-dimensional space as numeric data.

[0058] Or the aforementioned input means can also input the vector value over the point in 1-dimensional space as numeric data.

[0059] In the generation equipment of the spline curve of this invention, over sampling technique can be performed by interpolating the value over two points which the aforementioned over sampling technique means adjoins with a primary function.

[0060] Furthermore, in the generation equipment of the spline curve of this invention, the aforementioned filtering means can use the value of B-spline function in a knot for filtering.

[0061] An input means by which the generation equipment of the spline surface of this invention inputs the numeric data which measured the analog signal, An over sampling technique means to carry out over sampling technique of the numeric data inputted with the aforementioned input means, and to generate new data, A filtering means to filter the data generated with the aforementioned over sampling technique means, A interpolation curved-surface generation means to generate the spline surface which interpolates the data filtered with the aforementioned filtering means, It consists of an error calculation means to calculate the error over the aforementioned numeric data of the spline surface generated with the aforementioned interpolation curved-surface generation means, and an output means to change and output the spline-surface group generated with the aforementioned interpolation curved-surface generation means to a single spline surface.

[0062] The aforementioned input means can input the scalar value over the point in two-dimensional space as numeric data.

[0063] Or the aforementioned input means can also input the vector value over the point in two-dimensional space as numeric data.

[0064] In the generation equipment of the spline surface of this invention, over sampling technique can be performed by interpolating the value over three points which the aforementioned over sampling technique means adjoins with a primary function.

[0065] Furthermore, in the generation equipment of the spline surface of this invention, the aforementioned filtering means can use the value of B-spline function in a knot for filtering.

[0066]

[Function] The principle of this invention and an operation are explained in detail below with reference to drawing 12 from drawing 7.

[0067] First, the data which carried out over sampling technique from the inputted data (refer to drawing 7) are generated (refer to drawing 8). The interval of the sampling point (sample takeoff point) of the data (sampling data) which over sampling technique generally inputted is subdivided, and although it is making the data in the subdivided point, it shall be called over sampling technique not only including when the sampling period of the data inputted here is equal, but making the data in arrangement equal when it is arrangement with an unequal sampling period.

[0068] Although there are various methods in over sampling technique, after interpolating between data with a primary function here, how to calculate the value of the data in a position to ask is explained as an example.

[0069] The data generated by over sampling technique are filtered. Filtering processing obtains new data from the original data in quest of the weighted mean about surrounding data. The data generated by filtering processing become what has boom hoisting looser than the original data (refer to drawing 9).

[0070] The value in the point corresponding to the knot of the spline function used for interpolation is chosen from the filtered data (refer to drawing 10). And a spline function is generated using the method explained as the above-mentioned Prior art (refer to drawing 11).

[0071] When the data used for interpolation went via processing of over sampling technique and

filtering, the boom hoisting is made loose and the big change to the spline function generated does not appear.

[0072] However, since the data used when a spline function is generated are over sampling technique and data obtained by carrying out filtering processing about input data and are not the input data itself, there is a difference (error) in the original input data (sampling data) and the value of the spline function in the position (sample takeoff point) (refer to drawing 12 ).

[0073] It filters with over sampling technique again to this difference.

[0074] If a processing result appears as a value in a knot at this time, interpolation to an error will be performed and the precision of a spline function will be raised. On the other hand, when not appearing as a value in a knot, the interval of a knot is reduced and a spline function is generated.

[0075] Finally interpolation of the request to input data is attained by carrying out this invention in this way, and cutting down gradually the error of the data obtained by interpolation, and the original input data (sampling data).

[0076]

[Embodiments of the Invention] The form of operation of this invention is explained in detail below with reference to a drawing.

[0077]

[Operation form 1] The 1st operation form of this invention is explained with reference to drawing 1 .

An input means 105 to input a scalar value [ as opposed to the point in 1-dimensional space in this operation form ] as shown in drawing 1 , The over sampling technique means 101 which carries out over sampling technique of the numeric data inputted through the input means 105, The filtering means 102 which carries out filtering processing of the data which were outputted from the over sampling technique means 101, and which were carried out, A interpolation curvilinear generation means 103 against the new data outputted from the filtering means 102 to generate a spline function as interpolation, An error calculation means 104 to search for the error over the numeric data into which the spline curve generated by the interpolation curvilinear generation means 103 was inputted, An output means 106 to change and output the spline curve group generated with the interpolation curvilinear generation means 103 to a single spline curve, The error of the value of the input data called for by \*\*\*\*\* and the error calculation means 104 and the interpolation data to the sample point is supplied to the over sampling technique means 101, and the over sampling technique means 101 carries out over sampling technique of this error, and outputs it.

[0078] Next, processing operation of this operation gestalt is explained with reference to the flow chart shown in drawing 1 and drawing 2 . Below, the numeric data of 1-dimensional one into which n was inputted as a predetermined positive integer is set with  $(t_i, x_i)$ ,  $i = 0, \dots, n$ . This shows that the sampled value in a sampling point  $t_i$  is  $x_i$ . Moreover, the spline curve generated in the interpolation curvilinear generation means 103 sets the interval of the knot with d with a knot at equal intervals. The initial value of d is set with 1 on account of explanation here.

[0079] The over sampling technique means 101 calculates the value in each knot with interpolation by the primary function of input data (Step 201). namely, the value [ as opposed to / when making k into an integer / knot  $t = kd$  ]  $a_k$  --  $t_j \leq t < t_{j+1}$  -- it asks by the following formula (10) from j

[0080]

[Equation 8]

$$a_k = x_j + (x_{j+1} - x_j) \times \frac{t - t_j}{t_{j+1} - t_j} \quad \dots (10)$$

[0081] It sets with  $0 \leq t_0$  and  $t_n \leq nd$  (nd is a positive integer) on account of explanation. Moreover, to  $t = kd$  which is  $t < t_0$ , it considers as  $a_k = x_n$  to  $a_k = x_0$  and  $t = kd$  which is  $t \geq t_n$ .

[0082] The filtering means 102 performs digital filtering processing in which a sum-of-products operation (collapsing operation) with a filter factor is performed preferably, to the train  $\{a_k\}$  of the value over each knot  $kd$  for which it asked with the over sampling technique means 101 (Step 202). The value

of B-spline function to a knot is used for a filter. Specifically, the new value  $b_k$  is calculated by the following formula (11). In the following formula (11), input data train  $a_{k-1}$ ,  $a_k$ , the coefficients  $1/6$  by which multiplication is carried out to  $a_{k+1}$ ,  $2/3$ , and  $1/6$  show the filter factor.

[0083]

[Equation 9]

$$b_k = \frac{1}{6}a_{k-1} + \frac{2}{3}a_k + \frac{1}{6}a_{k+1} \quad \dots(11)$$

[0084] Next, the size of the value  $b_k$  acquired with the filtering means 102 is investigated (Step 203).

[0085] If the value of  $b_k$  is below a predetermined value (default value) defined beforehand, since an approximate precision does not improve any more, the interval  $d$  of a knot will be replaced by  $d/2$  at the spline curve whose interval of a knot is  $d$  (Step 204).

[0086] On the other hand, if larger than default value, the interpolation spline curve by the interpolation curvilinear generation means 103 will be generated (Step 205).

[0087] That is, in Step 205, the interpolation curvilinear generation means 103 generates a spline curve using the filter result of an operation  $b_k$  to a knot  $\{kd\}$ . In that case, spline curve  $F(t)$  is expressed like the following formula (12) as linear combination of the B-spline function  $B_k(t)$  which has  $\{kd\}$  as a knot, and the simultaneous equations (13) about a coefficient  $p_k$ , (14), and (15) are solved.

[0088]

[Equation 10]

$$F(t) = \sum_{k=-3}^{n_d-1} p_k B_k(t) \quad \dots(12)$$

$$F(kd) = \sum_{i=-3}^{n_d-1} p_i B_i(kd) = b_k, \quad k = 0, \dots, n_d \quad \dots(13)$$

$$\left. \frac{d^2 F}{dx^2} \right|_{t=0} = \sum_{i=-3}^{n_d-1} p_i \left. \frac{d^2 B_i}{dx^2} \right|_{t=0} = 0 \quad \dots(14)$$

$$\left. \frac{d^2 F}{dx^2} \right|_{t=n_d d} = \sum_{i=-3}^{n_d-1} p_i \left. \frac{d^2 B_i}{dx^2} \right|_{t=n_d d} = 0 \quad \dots(15)$$

[0089] The coefficient  $\{p_i\}$  of B-spline function corresponding to the interval  $d$  of the same knot is added one by one. On the other hand, when the knot interval  $d$  changes (processing of Step 204), it stores in another array (Array).

[0090] every of spline curve  $F(t)$  which generated the error calculation means 104 -- the difference  $dxi$  of value  $F(t_i)$  and  $x_i$  in  $t_i$  is calculated (Step 206)

[0091] And the size of Difference  $dxi$  is investigated (Step 207).

[0092] In judgment processing of Step 207, if Difference  $dxi$  is below the predetermined value (default value) defined beforehand, since the input data was interpolated, a spline curve will be outputted in the procedure explained to the following depended on the output means 106 (Step 209). Otherwise, it inputs into the over sampling technique means 101 by using Error  $dxi$  as the new data  $x_i$  (Step 208).

[0093] The output means 106 changes  $d = 1, 1/2, 1/22$  and -- which were generated by the interpolation curvilinear generation means 103, and the spline curve group corresponding to  $1/21$ . into the spline curve whose interval of a knot is  $1/21$ ., applies the coefficient  $p_i$  of B-spline function, and makes and outputs one spline curve (Step 209).

[0094]

[Operation gestalt 2] The 2nd operation gestalt of this invention is explained below. Drawing 3 is the block diagram showing the composition of the 2nd operation gestalt of this invention.

[0095] With reference to drawing 3, the input means 305 inputs the vector value  $V_i$  over the point  $t_i$  in 1-dimensional space in this operation gestalt. Each processing of the over sampling technique means 301, the filtering means 302, the interpolation curvilinear generation means 303, the error calculation means 304, and the output means 306 performs the same processing as the over sampling technique means 101 in the operation gestalt of the above 1st, the filtering means 102, the interpolation curvilinear generation means 103, the error calculation means 104, and the output means 106 about the value (namely, scalar value) of each component of a vector value. For this reason, explanation of processing of these means is omitted.

[0096]

[Operation gestalt 3] The 3rd operation gestalt of this invention is explained below. Drawing 4 is the block diagram showing the composition of the 3rd operation gestalt of this invention.

[0097] Drawing 4 is referred to. the 3rd operation gestalt of this invention An input means 405 to input the scalar value over the point in two-dimensional space, The over sampling technique means 401 which carries out over sampling technique of the numeric data inputted by the input means 405, or the error calculated with the error calculation means 404 as input data, A filtering means 402 to filter the data calculated with the over sampling technique means 401, A interpolation curved-surface generation means 403 to generate the spline function which interpolates the new data calculated with the filtering means 402, It has an error calculation means 404 to calculate the error of the spline function and data which were generated with the interpolation curved-surface generation means 403, and an output means 406 to output the data of the generated spline surface.

[0098] With reference to the flow chart of drawing 4 and drawing 5, operation of the 4th operation gestalt of this invention is explained in detail below.

[0099] Here, the inputted numeric data shall be located in a line in the shape of a grid (two-dimensional matrix) on account of explanation. That is, it considers as  $u_i, i = 0, \dots, m$  and  $v_j, j = 0, \dots, n$ , the thing by which the value  $x_{ij}$  is given to the lattice point  $(u_i, v_j)$  to  $n$ .

[0100] And to each grid which consists of four points  $(u_i, v_j), (u_{i+1}, v_j), (u_i, v_{j+1}),$  and  $(u_{i+1}, v_{j+1})$ , it shall be underlined with the diagonal line which connects  $(u_{i+1}, v_j)$  and  $(u_i, v_{j+1})$ , and triangulation shall be carried out.

[0101] Since it can process similarly if triangulation, such as the Delaunay triangulation, is performed even when having not stood in a line in the shape of a grid, the detail when having not stood in a line in the shape of a grid is omitted.

[0102] The interval of the knot of a spline function sets the direction of  $u$ , and the direction of  $v$  with  $d$ . Initial value of  $d$  is set to 1.

[0103] The over sampling technique means 401 calculates the value in each knot lattice point with interpolation by the primary function of input data (Step 501). That is, when you make  $k$  and  $l$  into an integer, let the value  $c_{kl}$  in lattice point  $(u, v) = (k d, l d)$  of a knot be the value which interpolated the value in the triangular vertex where  $(u, v)$  are contained with the primary function.

[0104] Therefore, when setting to  $(u_i, v_j), (u_{i+1}, v_j),$  and  $(u_i, v_{j+1})$  the vertex of the triangle contained first  $(u, v)$ , it asks for barycentric coordinates  $b_0, b_1,$  and  $b_2$  from the following formula (16), (17), and (18).

[0105]  $b_0 u_i + b_1 u_{i+1} + b_2 u_i = u$  -- (16)  $b_0 v_j + b_1 v_j + b_2 v_{j+1} = v$  -- (17)  $b_0 + b_1 + b_2 = 1$  -- (18) [0106] Thus, barycentric coordinates  $b_0, b_1,$  and  $b_2$  for which it asked It uses, and a value  $c_{kl}$  is carried out like the following formula (19), and is calculated.

[0107]

$c_{kl} = b_0 x_{ij} + b_1 x_{i+1, j} + b_2 x_{i, j+1}$  -- (19) [0108] It sets on account of explanation with  $0 \leq u_0, u_m \leq m d d,$   $0 \leq v_0,$  and  $v_n \leq n d d$  ( $m d$  and  $n d$  are a positive integer).

[0109] In the exterior of the grid of input data, if  $u$  coordinate is within the limits of a grid, the nearest thing in the side of the outermost periphery will be chosen, and  $u$  coordinate will consider as the value of the same point. Moreover, it treats similarly about  $v$  coordinate.

[0110] If the grid of u coordinate and v coordinate is out of range, let them be a value over the nearest thing among the four peaks of the outermost periphery of a grid.

[0111] The filtering means 402 performs a two-dimensional filter operation (sum-of-products operation of a filter factor and an array {ckl}) to the array {ckl} of a value to the lattice point (kd, ld) of each knot for which it asked with the over sampling technique means 401 (Step 502). The product of the value of B-spline function to the knot lattice point is used for a filter. Specifically, a new value {ekl} is calculated by the following formula (20).

[0112]

[Equation 11]

$$e_{kl} = \frac{1}{36} c_{k-1, l-1} + \frac{1}{9} c_{k, l-1} + \frac{1}{36} c_{k+1, l-1} + \frac{1}{9} c_{k-1, l} + \frac{4}{9} c_{k, l} + \frac{1}{9} c_{k+1, l} + \frac{1}{36} c_{k-1, l+1} + \frac{1}{9} c_{k, l+1} + \frac{1}{36} c_{k+1, l+1} \quad \dots (20)$$

[0113] Next, the size of the value ekl acquired with the filtering means 402 is investigated (Step 503). If the size of a value ekl is below the predetermined value (default value) defined beforehand, since an approximate precision does not improve any more, the interval d of a knot will be replaced by 1/2d at the spline function whose interval of a knot is d (Step 504). On the other hand, if larger than default value, in Step 505, the interpolation spline surface by the interpolation curved-surface generation means 403 will be generated.

[0114] The interpolation curved-surface generation means 403 generates a spline function using ekl to (kd, ld). If 3rd spline-surface F (u, v) is expressed using B-spline function, it will become the following formula (21).

[0115]

[Equation 12]

$$F(u, v) = \sum_{i=-3}^{n_d-1} \sum_{j=-3}^{n_d-1} p_{ij} B_i(u) C_j(v) \quad \dots (21)$$

[0116] However, Bi (u) and Cj (v) are B-spline functions corresponding to {kd} and {ld} in a knot, respectively.

[0117] At this time, interpolation in one dimension is first performed to each i. That is, from input data eij, the function Fi of Variable v (v) is carried out like [ in the above-mentioned one dimension ], and it asks for it.

[0118]

[Equation 13]

$$F_i(v) = \sum_{j=-3}^{n_d-1} q_{ij} C_j(v) \quad \dots (22)$$

[0119] It performs 1-dimensional interpolation each about j shortly to the solution qij of an upper formula (22). That is, it asks for the function Fj of Variable u (u) by the method in one dimension from qij.

[0120]

[Equation 14]

$$F_j(u) = \sum_{i=-3}^{n_d-1} p_{ij} B_i(u) \quad \dots (23)$$

[0121] It is the value which pij obtained by the upper formula (23) calculates.

[0122] The coefficient {pij} of B-spline surface corresponding to the same knot interval d is added one by one. When d changes, it stores in another array.

[0123] The error calculation means 404 calculates the difference  $dx_{ij}$  (error) with the values  $F(u_i, v_j)$  and  $x_{ij}$  in  $** (u_i, v_j)$  of generated spline-surface  $F(u, v)$  (Step 506).

[0124] And the value of  $dx_{ij}$  is investigated (Step 507). Since the input data was interpolated when  $dx_{ij}$  was below default value, it progresses to the output means 406. Otherwise, it inputs into the over sampling technique means 401 by using Error  $dx_{ij}$  as the new data  $x_{ij}$  (Step 508).

[0125] The output means 406 changes  $d = 1, 1/2, 1/22$  and -- which were generated with the interpolation curvilinear generation means 403, and the spline-surface group corresponding to  $1/21$ . into the spline surface whose interval of a knot is  $1/21$ ., applies the coefficient  $p_{ij}$  of B-spline function, and makes and outputs one spline surface (Step 509).

[0126]

[Operation gestalt 4] The 4th operation gestalt of this invention is explained with reference to drawing 6. In the 4th operation gestalt of this invention, the input means 605 inputs the vector value  $V_{ij}$  over the point in two-dimensional space  $(u_i, v_j)$ .

[0127] Since the same processing as an over sampling technique means 401 to correspond in the 3rd operation gestalt about each component of a vector value, respectively, the filtering means 402, the interpolation curved-surface generation means 403, the error calculation means 404, and the output means 406 is performed, each processing of the over sampling technique means 601, the filtering means 602, the interpolation curved-surface generation means 603, the error calculation means 604, and the output means 606 is omitted for details.

[0128]

[Effect of the Invention] It has the effect that change of the function obtained as a result can also suppress small to a small change, by having constituted so that the spline interpolation of the data which carried out over sampling technique may carry out about the value acquired by carrying out filtering processing to the inputted numeric data according to the interpolation method of numeric data and the equipment concerning this invention, as having explained above. For this reason, a interpolation function smoother than the conventional technique can be obtained.

---

[Translation done.]



\* NOTICES \*

Japan Patent Office is not responsible for any damages caused by the use of this translation.

1. This document has been translated by computer. So the translation may not reflect the original precisely.
2. \*\*\*\* shows the word which can not be translated.
3. In the drawings, any words are not translated.

## PRIOR ART

[Description of the Prior Art] An analog signal is measured and the Prior art which changes into a spline curve or a curved surface the numeric data which changes this into a digital signal etc. and is obtained is explained with reference to drawing 21 from drawing 13.

[0003] First, from drawing 13 to drawing 16 is explained with reference to an outline.

[0004] In order to presume the value 1302 in the position (point which is not sampled) where the value is not given to the numeric data 1301, such as observed value, such as atmospheric temperature and atmospheric pressure, and a digital signal which sampled the analog signal, or to see the distribution of the whole value and to graph-ize, the need of asking for the function which interpolates numeric data often starts.

[0005] Moreover, two-dimensional [ objective ] or a 3-dimensional image is measured using a measuring instrument, the obtained sequence of points are changed into a curve or a curved surface, and there is also a demand used for the design of a product model.

[0006] As the interpolation method which fills this demand most simply, as shown in drawing 14, there is a method of connecting the sampling data (numeric data) of two \*\*\*\*\* in a straight line. However, by this method, the configuration of the function 1401 obtained does not become smooth. Drawing 14 shows 1401, as a result of connecting the numeric data 1301 of drawing 13 in a straight line.

[0007] Since it is thought that the inputted numeric data was sampled from the smooth signal (for example, continuous analog signal) in many cases, the function (1401 of drawing 14) generated by linear interpolation will become an original function (function showing a former signal) and the original thing which made the mistake in becoming.

[0008] On the other hand, the method of interpolating using a polynomial is one method for connecting sampling data smoothly. Drawing 15 shows the curve which connected the numeric data 1301 of drawing 13 by the polynomial. However, the order of a polynomial becomes high, and since the polynomial 1501 generated has an intense vibration, it is not suitable for practical use by this method, in many cases, as the number of data increases.

[0009] Then, the spline function which is the partition-polynomial which connected a different polynomial for every section is used well.

[0010] In a part for the connection of the polynomial of a spline function, it has a continuity according to the order of a polynomial to be used. For example, when using the 3rd polynomial, in a part for a connection, the derivative to the second floor has a continuity. For this reason, since the conditions about a continuity are loose when it interpolates by one polynomial, the smooth function 1601 with little vibration is obtained.

[0011] Although what is necessary is just to decide the polynomial of each section in order to perform interpolation using the spline function, asking for the coefficient of a polynomial directly is not desirable in respect of a calculation error.

[0012] Then, usually, a spline function is expressed as linear combination of B-spline function, and the simultaneous equations about the coefficient are solved.

[0013] Since B-spline function has a local base, it is restricted near the diagonal line that the element

which is not 0 in the coefficient matrix of simultaneous equations appears, and a solution is calculated stably and at high speed.

[0014] Next, the concrete calculation method is explained with reference to drawing 21 from drawing 17.

[0015] The inputted numeric data is set with  $(x_i, y_i)$ ,  $x_i < x_{i+1}$ ,  $i = 0, \dots, n$  by making  $n$  into a positive integer (refer to drawing 17). Although the connection of the polynomial of a spline function is called a "knot" or "joint", below, it has each  $x_i$  as a knot and how to ask for the spline function which interpolates the inputted numeric data is explained. Moreover, only a cubic-spline function is explained on account of explanation.

[0016] First, a knot is extended to right and left. That is, it sets with  $x_{-3} = x_{-2} = x_{-1} = x_0$  and  $x_{n+3} = x_{n+2} = x_{n+1} = x_n$ . At this time, the following  $(m-1)$  B-spline functions  $B_m$  and  $j(x)$  are defined by the following formula (1) and (2) to a knot vector  $(x_{-3}, x_{-2}, \dots, x_{n+3})$ .

[0017]

[Equation 1]

$$B_{1,j}(x) = 1 \quad (x_j \leq x < x_{j+1}), \quad 0 \quad (\text{その他}) \quad \dots (1)$$

$$B_{m,j}(x) = \frac{x - x_j}{x_{j+m-1} - x_j} B_{m-1,j}(x) + \frac{x_{j+m} - x}{x_{j+m} - x_{j+1}} B_{m-1,j+1}(x), \quad (m \geq 2) \quad \dots (2)$$

[0018] However, when 0 appears in a denominator, the term is set with 0.

[0019] Here, since only the 3rd spline function 1801 (refer to drawing 18) is treated, the B-spline functions  $B_4$  and  $j(x)$  are written as " $B_j(x)$ ."

[0020] Then, spline-function  $F(x)$  is expressed like the following formula (3) as linear combination of the B-spline function  $B_j(x)$ .

[0021]

[Equation 2]

$$F(x) = \sum_{i=-3}^{n-1} p_i B_i(x) \quad \dots (3)$$

[0022] By asking for the coefficient  $p_i$  of an upper formula (3), the spline function for which it asks becomes settled.

[0023] Then, the simultaneous equations about a coefficient  $p_i$  are stood. First, in each knot, if the value of input data and the value of a spline function are equal, it will set (refer to the following formula (4)).

[0024]

[Equation 3]

$$F(x_j) = \sum_{i=-3}^{n-1} p_i B_i(x_j) = y_j, \quad j = 0, \dots, n \quad \dots (4)$$

[0025] To the number of Unknowns  $p_i$  being  $n+3$ , since the number of input data is  $n+1$ , it runs short of two conditions by the upper formula (4). Then, the following formula (5) which are the endpoint conditions that the derivative of the second floor in ends is 0, and (6) are added.

[0026]

[Equation 4]

$$\left. \frac{d^2 F}{dx^2} \right|_{x=x_0} = \sum_{i=-3}^{n-1} p_i \left. \frac{d^2 B_i}{dx^2} \right|_{x=x_0} = 0 \quad \dots (5)$$

$$\left. \frac{d^2 F}{dx^2} \right|_{x=x_n} = \sum_{i=-3}^{n-1} p_i \left. \frac{d^2 B_i}{dx^2} \right|_{x=x_n} = 0 \quad \dots (6)$$

[0027]  $p_i$  can be found if an upper formula (4), (5), and (6) are solved as simultaneous equations.

[0028] Also about the case more than two-dimensional, it can come back and solve to one dimension.

Since the same is more said of high order origin, a two-dimensional case is explained.

[0029] The inputted data shall be located in a line in the shape of a grid. That is, it considers as  $x_i, i=0, \dots, m$  and  $y_j, j=0, \dots, n$ , the thing by which the value  $z_{ij}$  is given to  $(x_i, y_j)$  to  $n$  (refer to [drawing 19](#)).

[0030] If extension of a knot is performed like [ direction / each / x directions and / of y ] the case of one dimension and the 3rd spline function is expressed using B-spline function, it will be given by the following formula (7).

[0031]

[Equation 5]

$$F(x, y) = \sum_{i=-3}^{n-1} \sum_{j=-3}^{n-1} p_{ij} B_i(x) C_j(y) \quad \dots (7)$$

[0032] However,  $C_j(y)$  is B-spline function corresponding to  $y_j$ .

[0033] At this time, interpolation in one dimension is first performed to each  $i$ . That is, from input data  $z_{ij}$ , the function  $F_i$  of Variable  $y(y)$  is carried out like [ in the above-mentioned one dimension ], and it asks for it (refer to [drawing 20](#)).

[0034]

[Equation 6]

$$F_i(y) = \sum_{j=-3}^{n-1} q_{ij} C_j(y) \quad \dots (8)$$

[0035] It performs 1-dimensional interpolation each about  $j$  shortly to the solution  $q_{ij}$  of an upper formula (8). That is, it asks for the function  $F_j$  of Variable  $x(x)$  by the method in one dimension from  $q_{ij}$  (refer to [drawing 21](#)).

[0036]

[Equation 7]

$$F_j(x) = \sum_{i=-3}^{n-1} p_{ij} B_i(x) \quad \dots (9)$$

[0037]  $p_{ij}$  obtained by the upper formula (9) serves as a coefficient of B-spline-function expression of the two-dimensional spline function for which it asks.

[Translation done.]

\* NOTICES \*

Japan Patent Office is not responsible for any damages caused by the use of this translation.

1. This document has been translated by computer. So the translation may not reflect the original precisely.
2. \*\*\*\* shows the word which can not be translated.
3. In the drawings, any words are not translated.

---

DESCRIPTION OF DRAWINGS

---

[Brief Description of the Drawings]

- [Drawing 1] It is drawing showing the composition of the 1st operation gestalt of this invention.
- [Drawing 2] It is a flow chart explaining operation of the operation gestalt shown in drawing 1 .
- [Drawing 3] It is drawing showing the composition of the 2nd operation gestalt of this invention.
- [Drawing 4] It is drawing showing the composition of the 3rd operation gestalt of this invention.
- [Drawing 5] It is a flow chart explaining operation of the operation gestalt shown in drawing 4 .
- [Drawing 6] It is drawing showing the composition of the 4th operation gestalt of this invention.
- [Drawing 7] It is drawing for explaining a principle and an operation of this invention.
- [Drawing 8] It is drawing for explaining a principle and an operation of this invention.
- [Drawing 9] It is drawing for explaining a principle and an operation of this invention.
- [Drawing 10] It is drawing for explaining a principle and an operation of this invention.
- [Drawing 11] It is drawing for explaining a principle and an operation of this invention.
- [Drawing 12] It is drawing for explaining a principle and an operation of this invention.
- [Drawing 13] It is drawing for explaining a Prior art.
- [Drawing 14] It is drawing for explaining a Prior art.
- [Drawing 15] It is drawing for explaining a Prior art.
- [Drawing 16] It is drawing for explaining a Prior art.
- [Drawing 17] It is drawing for explaining a Prior art.
- [Drawing 18] It is drawing for explaining a Prior art.
- [Drawing 19] It is drawing for explaining a Prior art.
- [Drawing 20] It is drawing for explaining a Prior art.
- [Drawing 21] It is drawing for explaining a Prior art.
- [Drawing 22] It is drawing for explaining the trouble of a Prior art.
- [Drawing 23] It is drawing for explaining the trouble of a Prior art.

[Description of Notations]

- 101 Over Sampling Technique Means
- 102 Filtering Means
- 103 Interpolation Curvilinear Generation Means
- 104 Error Calculation Means
- 105 Input Means
- 106 Output Means
- 301 Over Sampling Technique Means
- 302 Filtering Means
- 303 Interpolation Curvilinear Generation Means
- 304 Error Calculation Means
- 305 Input Means
- 306 Output Means
- 401 Over Sampling Technique Means

402 Filtering Means  
403 Interpolation Curved-Surface Generation Means  
404 Error Calculation Means  
405 Input Means  
406 Output Means  
601 Over Sampling Technique Means  
602 Filtering Means  
603 Interpolation Curved-Surface Generation Means  
604 Error Calculation Means  
605 Input Means  
606 Output Means  
1301 Inputted Numeric Data  
1302 Point of Wanting to Calculate Corresponding Value  
1401 Partition Primary Function  
1501 Polynomial  
1601 Spline Function  
1801 3rd B-Spline Function  
2201 Spline Function  
2301 Spline Function

---

[Translation done.]

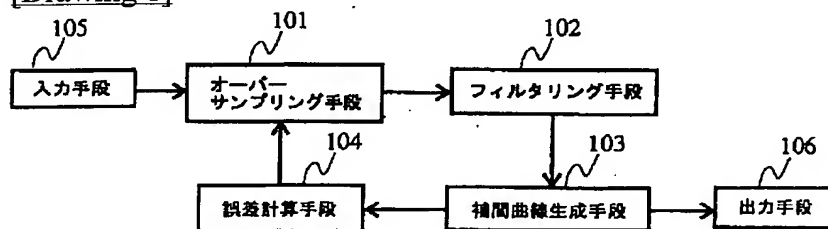
## \* NOTICES \*

Japan Patent Office is not responsible for any damages caused by the use of this translation.

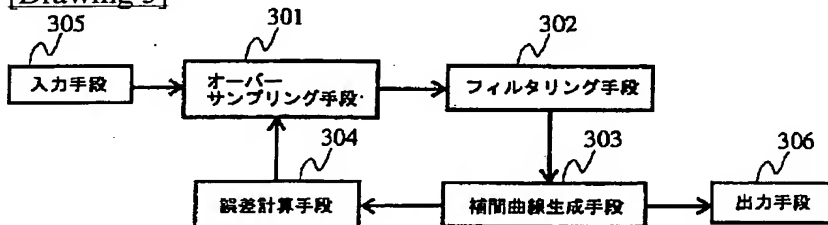
1. This document has been translated by computer. So the translation may not reflect the original precisely.
2. \*\*\*\* shows the word which can not be translated.
3. In the drawings, any words are not translated.

## DRAWINGS

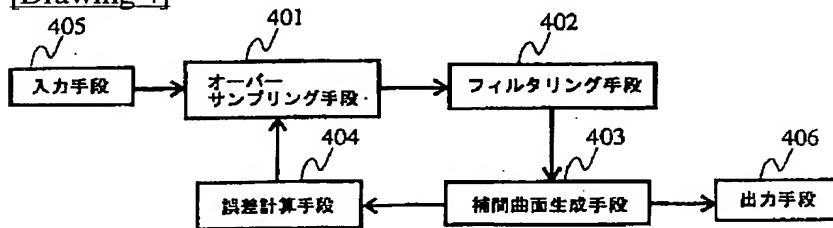
[Drawing 1]



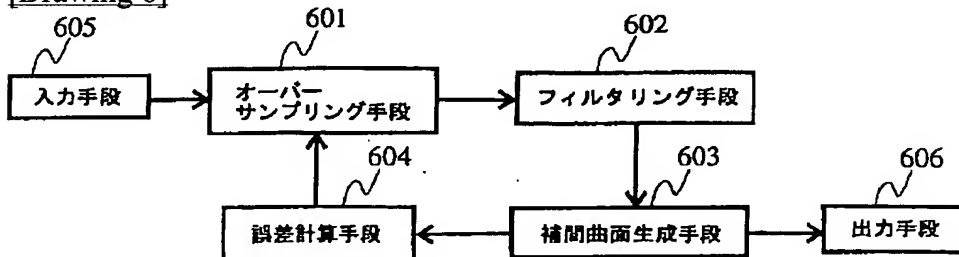
[Drawing 3]



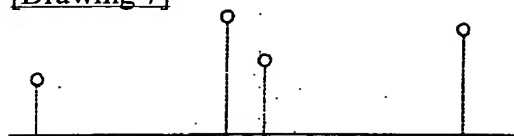
[Drawing 4]



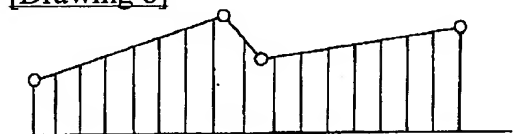
[Drawing 6]



[Drawing 7]



[Drawing 8]



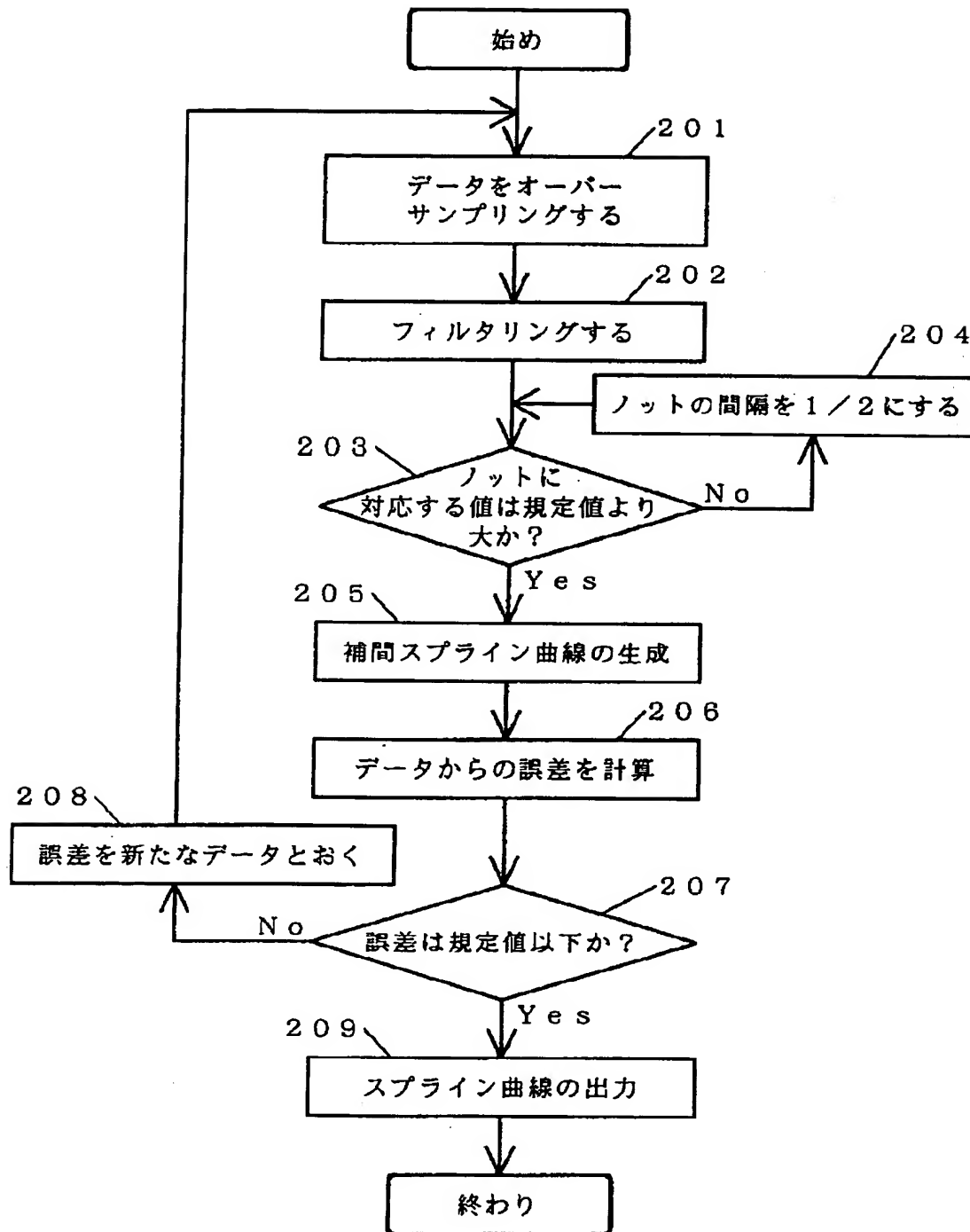
[Drawing 9]



[Drawing 10]



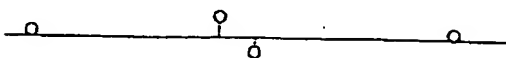
[Drawing 2]



[Drawing 11]

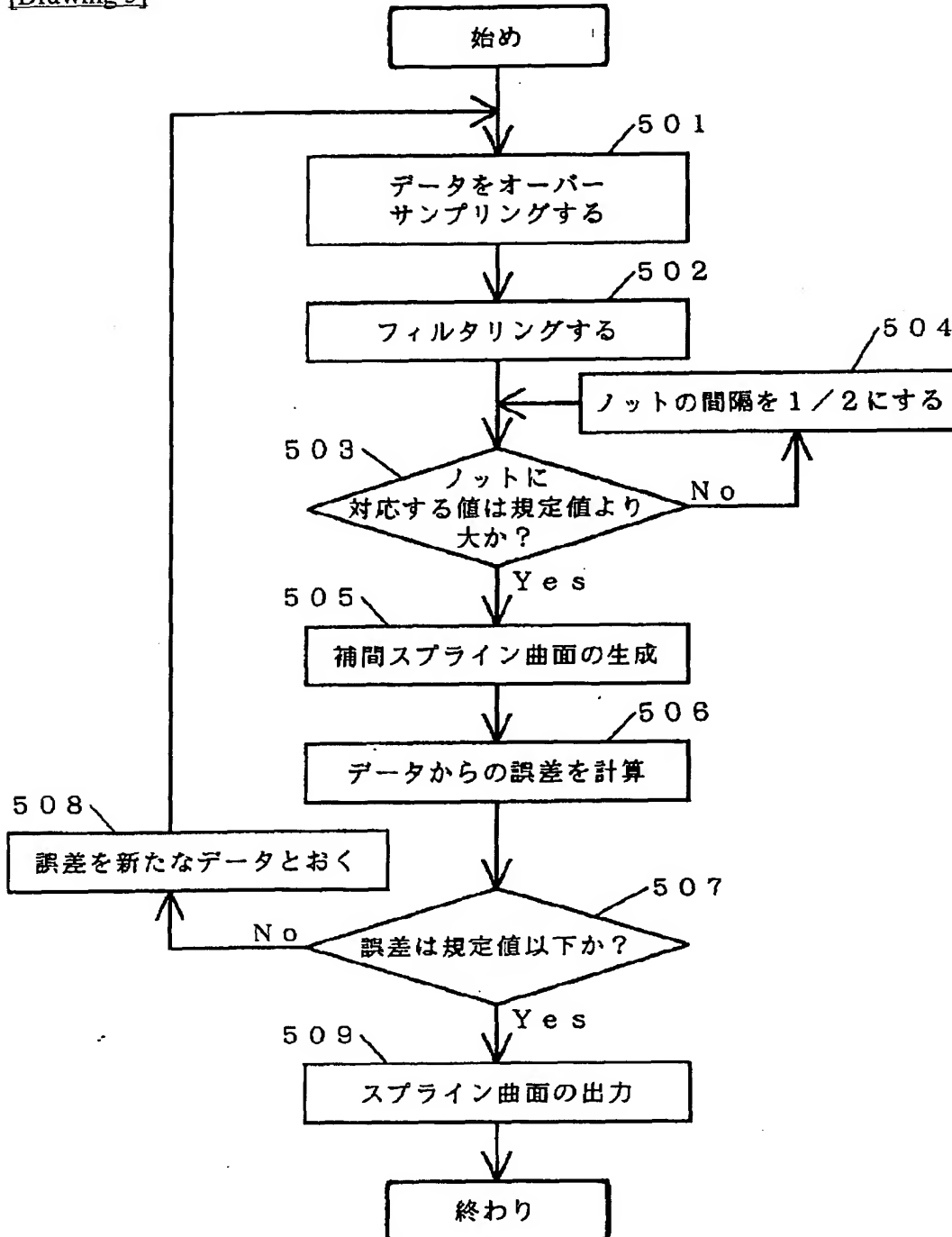


[Drawing 12]

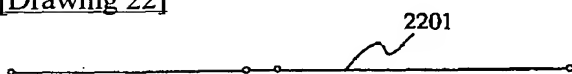




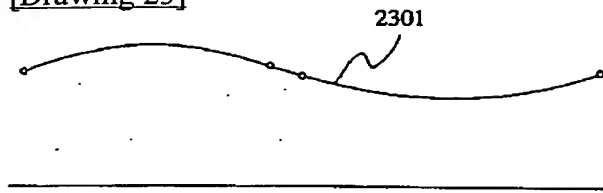
[Drawing 5]



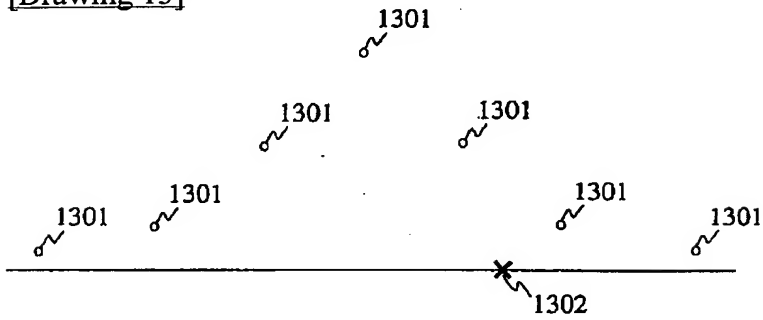
[Drawing 22]



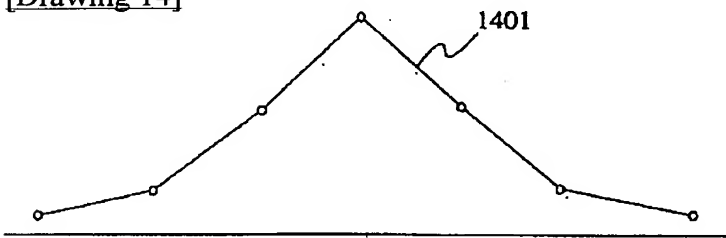
[Drawing 23]



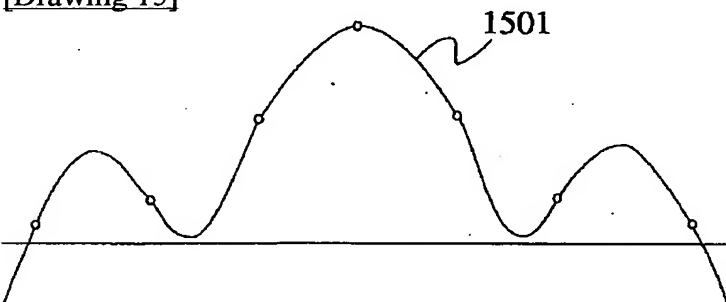
[Drawing 13]



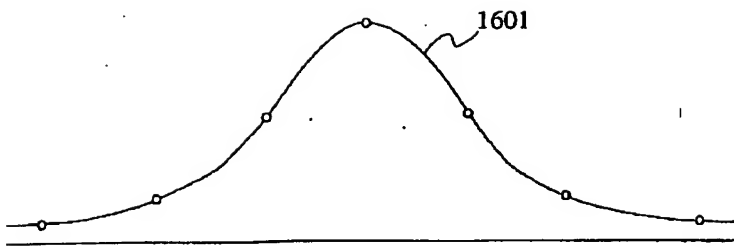
[Drawing 14]



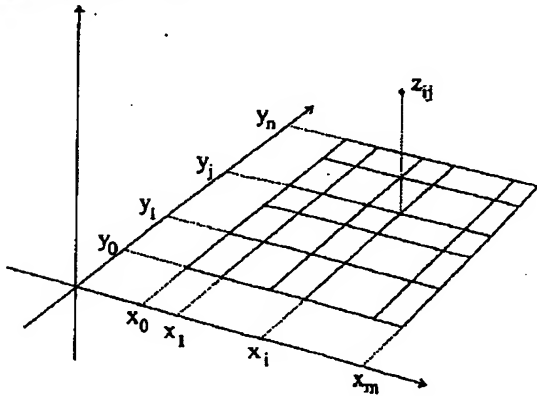
[Drawing 15]



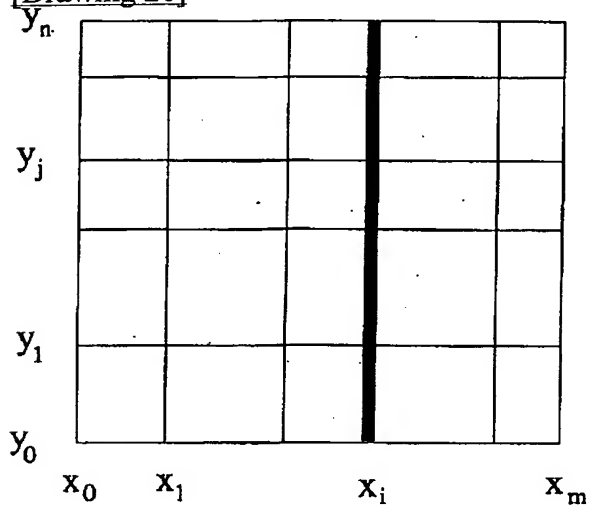
[Drawing 16]



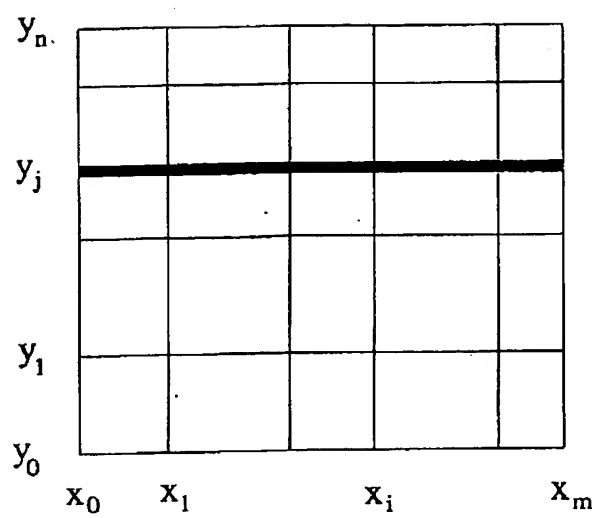
[Drawing 19]



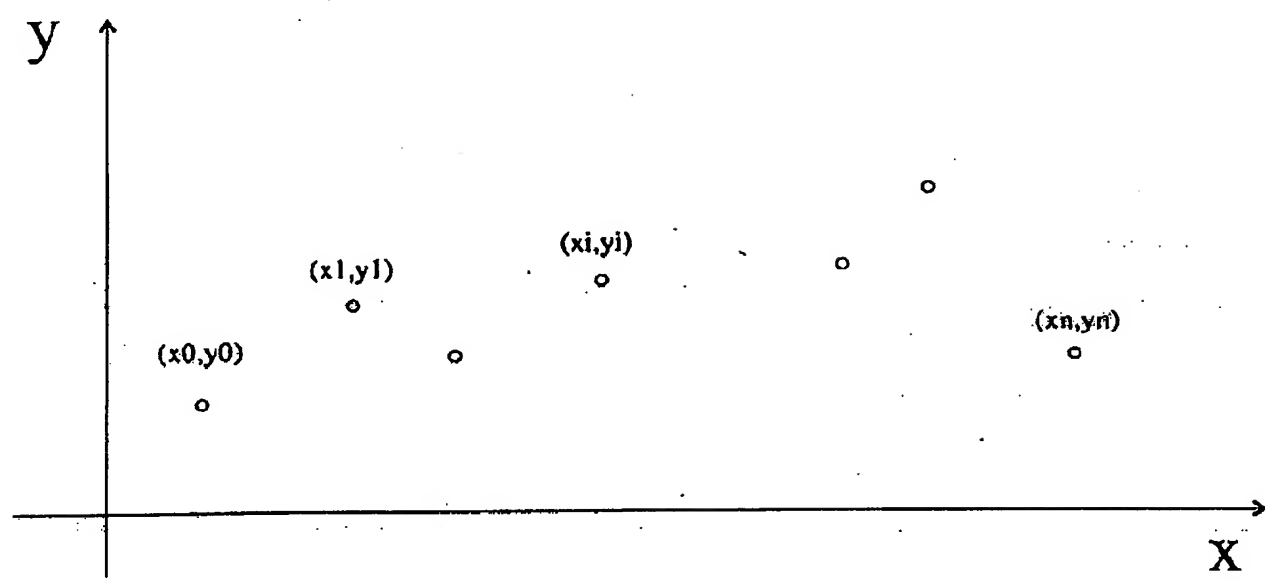
[Drawing 20]



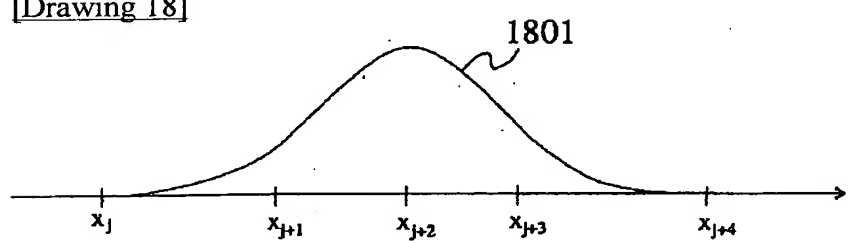
[Drawing 21]



[Drawing 17]



[Drawing 18]



[Translation done.]